This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

**Usage guidelines**

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

**About Google Book Search**

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

**Über dieses Buch**

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

**Nutzungsrichtlinien**

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

**Über Google Buchsuche**

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

# Relativitätstheorie
und
# Ökonomieprinzip

von

Dr. Hugo Dingler
a. o. Professor an der Universität München

Verlag von S. Hirzel in Leipzig 1922

# Relativitätstheorie

und

# Ökonomieprinzip

von

Dr. Hugo Dingler

a. o. Professor an der Universität München

Verlag von S. Hirzel in Leipzig 1922

UNIV. OF
CALIFORNIA

QC6
D54

Philosophy - Atomism

Copyright by S. Hirzel at Leipzig 1922

# Vorwort

Einer der ersten lebenden Physiker äußert sich über die Art, wie auf wissenschaftlichem Wege über die Geltung der Relativitätstheorie entschieden werden könne, in folgender Weise[1]), die sicherlich eine abschließende Formulierung darstellt: „Wirkliche Einwände gegen die Relativitätstheorie können daher nur von dreierlei Art sein. Entweder man muß innerhalb des mathematischen Systems der Theorie Widersprüche aufdecken. Oder man muß zeigen, daß sie zu Folgerungen führt, die mit der Erfahrung nicht übereinstimmen, oder schließlich muß man den Nachweis führen, daß sie sich wegen der Preisgabe einfacher Grundsätze zur endgültigen Darstellung der Naturvorgänge nicht eignet". Die Möglichkeit, daß die erste Art von Einwänden Berechtigung haben könnte, ist, nachdem so viele ausgezeichnete Mathematiker sich mit der mathematischen Seite der Theorie beschäftigt haben, ausgeschlossen. Die Untersuchung der zweiten Art von Einwänden ist der experimentellen Physik überlassen. Hier wollen

1) „Aus der Welt der Wissenschaft", Vorträge und Aufsätze von W. Wien, Leipzig 1921, S. 284 (in: „Die Relativitätstheorie vom Standpunkte der Physik und Erkenntnistheorie"; Vortrag, gehalten im Verwaltungsgebäude der Firma Siemens & Halske in Siemensstadt bei Berlin am 18. März 1921).



672597

wir uns allein auf die Betrachtung der Möglichkeit von Einwänden der dritten Art beschränken.

Das erste Drittel (Teil I) der vorliegenden Schrift bildet der von mir unter dem Titel „Die Rolle der Konvention in der Physik" auf der Jenaer Tagung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft 1921 gehaltene Vortrag[1]). Die beiden folgenden Teile (II und III) behandeln die im I. Teile angeschnittenen Probleme noch näher. In Teil II möchte ich auf die an die Untersuchungen Josef Wellsteins anknüpfenden Ausführungen hinweisen, eines Forschers, der, kurz nachdem er von dem Boden jahrelanger Wirksamkeit hatte weichen müssen, leider zu früh der Wissenschaft entrissen wurde. Es sind für die Erkenntnis der Fundamente der exakten Wissenschaften sehr wichtige Probleme, die sich da eröffnen, die ich aber hier nur in Kürze in ihren Hauptpunkten berühren konnte. Im III. Teile versuche ich mich mit den Anschauungen einiger anderer Forscher bezüglich der hier behandelten Probleme auseinanderzusetzen. Ich habe im Texte auch die anregenden Einwände zu berücksichtigen getrachtet, die mir gelegentlich eines im Institute des Herrn Geheimrats A. Sommerfeld von mir gehaltenen Referates bezüglich einiger der von mir vertretenen Anschauungen von einigen Diskussionsrednern gemacht wurden.

1) Abgedruckt in Physik. Zeitschr. **23**, 47, 1922.

München, im März 1922.

Der Verfasser.

# I.

Der Begriff der Konvention ist in der Physik von jeher heimisch. Daß Nullpunkt und Gradeinheit einer Skala, daß die Festlegung eines Koordinatensystems völlig unserer Wahl, der Konvention unterliegen, ist allgemein bekannt. Jedoch hat Henri Poincaré der Konvention eine viel größere Rolle in der Physik zugeschrieben[1]). Er hat in „Wissenschaft und Hypothese" (deutsch von v. Lindemann, 1904) zu zeigen versucht, daß die sogenannte Geometrie unseres Raumes in weitem Maße von unserer Konvention abhänge. Wenn man die Poincaréschen Darlegungen studiert, ist man immer wieder gefesselt von den tiefen Einsichten, die dieser geniale Geometer offenbart. Gleichzeitig kann man nicht umhin zu erkennen, daß seine Auffassung keine überall konsequente ist, und daß sie einige wichtigste Fragen dieses Gebietes unbehandelt läßt. Poincaré beweist seine Auffassung von der konventionellen Natur der Geometrie durch folgenden Gedankengang: Man

1) Schon H. v. Seeliger hat sich verschiedentlich in parallel gehendem Sinne geäußert. Neuerdings hat auch A. Einstein sich Poincaréschen Anschauungen genähert. Auch H. Vaihingers „Fiktionen" berühren sich vielfach mit den Konventionen.

kann Körper herstellen, realisieren, welche sich anders verhalten als euklidische starre Körper. Der Mechaniker kann Vorrichtungen konstruieren, in denen sich ein Körper wie irgendein bestimmter Nicht-Euklidischer verhält (l. c., S. 83 ff.). Wendet man auf diese Tatsache die gewöhnliche empiristische Anschauungsweise an, so müßte man sagen, daß gleichzeitig mindestens zwei verschiedene Geometrien in unserem Raume gültig sind. Es kann also, schließt Poincaré, die Geometrie nicht am Raume, sondern muß an den Körpern hängen. Damit ist tatsächlich für Poincaré die Anschauung, daß in unserem Raume eine bestimmte Geometrie herrsche, widerlegt, und die Möglichkeit gegeben, zu sagen, daß je nach Art der vorgefundenen oder gewählten Körper, jede beliebige Geometrie in unserem Raume als herrschend betrachtet werden könnte. Es fragt sich nun noch, wie Poincaré zu unserer gewöhnlichen Geometrie gelangt. Hier wird Poincaré nun schon weniger sicher und klar. Er sagt, daß wir aus Bequemlichkeit natürlich zur einfachsten Geometrie greifen werden. Daß eine Geometrie wie die euklidische (logisch) möglich sei, könne ich vor aller Erfahrung, d. h. a priori wissen, daß sie aber nützlich (d. h. eben die bequemste) sei, dies zeigt mir erst die Erfahrung („Der Wert der Wissenschaft", deutsch von Weber, 1906, S. 67). Warum erscheinen uns nun die euklidischen Bewegungen nützlicher als die nichteuklidischen? In „Der Wert der Wissenschaft", S. 46 gibt Poincaré die Antwort: „Weil gewisse wichtige

natürliche Körper, die festen Körper, ungefähr solche Bewegungen erleiden." Wie aber diese wichtigen Körper als solche erkannt werden, wie sie definiert werden, dies vermag Poincaré offenbar nicht anzugeben.

Ich bin nun durch meine Studien zu Anschauungen geführt worden, welche die Rolle der Konvention in einem noch umfassenderen Lichte erscheinen lassen. Einen Anschluß solcher Überlegungen an das Ebengesagte findet man z. B. auf folgendem Wege. Poincaré sagt, daß wir zu den bequemsten, den „einfachsten" Konventionen greifen. Aber man sieht leicht, daß hier zwei prinzipiell verschiedene Auffassungen darüber möglich sind, wie dieser Begriff „einfachst" zu verstehen sei. Da dieses Problem zur Zeit in der Physik sehr aktuell ist, will ich es gleich in allgemeinster Form zu formulieren versuchen. Es ist dies auch deshalb nötig, weil das Problem nur in der allgemeinsten Form seine Bedeutung erkennen läßt.

Man kann bekanntlich ganz verschiedene Geometrien, Mechaniken und Physiken rein mathematisch aufstellen, welche dann einfach gewisse logische Hohlformen, Schemata, darstellen. Gibt man nun, wie das jetzt allgemein geschieht, zu, daß man zur Darstellung der physikalischen Wirklichkeit zu dem einfachsten Schema greifen wird, dann ergeben sich zwei Möglichkeiten, den Begriff „einfachst" aufzufassen: I. Dieses Schema wird bestimmt durch die Forderung, auf einfachste Weise die vorhandenen „Tatsachen" darzustellen. II. Dieses Schema wird bestimmt

durch die Forderung, daß seine eigenen Grundlagen nach logischen Regeln und nach rein praktischen, von jeder generellen Erfahrung unabhängigen Gesichtspunkten, die einfachst denkbaren sind.

Die Ansicht I. wollen wir als die der *außenbestimmten* Einfachstheit, die Ansicht II. als die der *innenbestimmten* Einfachstheit bezeichnen. Die erstere vertrat, wie wir sahen, Poincaré, zu der letzteren muß ich mich bekennen. Eine Entscheidung zwischen diesen Möglichkeiten, wird bei der Tragweite derselben nicht mehr auf ein bloßes Meinen, auf ein Gefühlsurteil gegründet werden können, sondern man wird hier „Beweise" verlangen müssen, natürlich in dem Sinne, wie dieses Wort in den hier begangenen Gebieten als sinnvoll genommen werden muß, d. h. es muß die Entscheidung auf lediglich objektive, klar aufzeigbare Kriterien basiert werden. Der „Beweis" nun, auf den ich meine Anschauungen gründe, knüpft an unsere obige Bemerkung an, daß Poincaré nicht anzugeben vermocht habe, wie er die von ihm herangezogenen sogenannten „festen Körper", auf deren Existenz seine ganze Überlegung beruht, kennzeichnet, definiert. Mein „Beweis" bezieht sich gerade auf diese „festen oder starren Körper" und ihre Existenz. Unserer obigen Forderung gemäß wird also die Natur meines Beweises näher zu prüfen sein. Zuvor aber noch ein paar kurze Bemerkungen.

Daß eine innenbestimmte Einfachstheit überhaupt unabhängig von Willkür bestimmt werden

kann, habe ich in meinem Aufsatze „Über den Begriff der ‚Einfachstheit' in der Methodik der Physik und der exakten Wissenschaften" in der Zeitschr. f. Phys., 1920 gezeigt. Ich wäre nun der erste, einer außenbestimmten Einfachstheit zuzustimmen, wenn mir nicht meine Überlegungen zeigten, daß die Dinge nicht ganz so einfach liegen. Ich behaupte nämlich, daß bei der Anschauung der außenbestimmten Einfachstheit eine sehr wichtige Seite der Sache sozusagen unter den Tisch gefallen ist: nämlich gerade die Seite der Realität. Es zeigt sich nämlich, daß gerade die Anschauung der innenbestimmten Einfachstheit, von der eine mißverstehende Auffassung meint, daß in ihr die Realität überhaupt keinen Platz habe, dieser erst ihre gebührende Rolle zuweist, und sie erst in dem vollständigen Maße heranzieht, in dem sie herangezogen werden muß. Nun aber zur Betrachtung unseres Beweises.

Das Problem lautet: Kann die Einfachstheit der Geometrie außenbestimmt sein, kann ich etwas über die „Natur unseres Raumes" aus der Realität, dem Experimente entnehmen?[1]) Ich behaupte, daß das unmöglich ist. Welcher Art kann der Beweis dafür sein?

Ich brauche nicht zu sagen, daß das Problem der Natur unseres Raumes identisch ist mit dem Problem des sogenannten starren Körpers. Und unsere Frage ist identisch mit der,

1) Siehe hierzu die ausgezeichneten Bemerkungen von A. Voß in „Über das Wesen der Mathematik" (Leipzig u. Berlin 1908, S. 85 u. f.).

ob über den starren Körper etwas aus dem Experimente entnommen werden kann, ob er ganz oder teilweise aus dem Experimente bestimmbar ist. Unsere Untersuchung handelt also über die Provenienz des starren Körpers.

Dieser Frage gegenüber gibt es nun zwei Einstellungen:

a) Wie wird wirklich der starre Körper in den Fabriken für Präzisionsinstrumente, wo man ihn in letzter Feinheit braucht, wie etwa bei Zeiß, bestimmt oder hergestellt? (Der praktische Gesichtspunkt.)

b) Läßt sich theoretisch die Notwendigkeit beweisen, gerade dies oder jenes praktische Verfahren hierfür anzuwenden? (Der theoretische Gesichtspunkt).

Ich behaupte demgemäß:

a) Die praktische Bestimmung der starren Körper in den Fabriken, Laboratorien usw, findet nicht auf Grund einer experimentellen Definition statt.

b) Sie kann überhaupt nicht auf diesem Wege stattfinden.

Die Beweise für diese beiden Sätze sind zu untersuchen.

Zu a) Der Beweis für die Art, in der der starre Körper in den Fabriken wirklich hergestellt wird, beruht auf einer einfachen Tatsachenfeststellung (unter Anwendung der einfachsten logischen Gesetze), die erkenntnistheoretisch auf dem Boden des sogenannten naiven Realismus stattfindet, als Feststellung

eines Einzelereignisses, hic et nunc. Es handelt sich dabei darum, festzustellen, nach welchen Verfahren, nach welchen praktischen Regeln der Mechaniker verfährt, welcher den starren Körper herstellt. Es ist dabei gar nicht nötig, daß der Mechaniker sich dieser Regeln in expliziter Weise bewußt ist. Schon aus der Tatsache des vollkommen eindeutigen Resultates, das bei allen diesen Verfahren in den Präzisionswerkzeugfabriken zutage kommt, zeigt sich, daß eine solche Regel bestehen muß, auch wenn sie keineswegs bewußt ist. In meinem Aufsatze über den starren Körper[1]) habe ich das Verfahren, von dem ich behaupte, daß es zur Bestimmung des starren Körpers angewendet werde, folgendermaßen etwa formuliert: Der starre Körper kommt in den Präzisionsfabriken durch Exhaustion der euklidischen Geometrie zustande, indem von zwei Körpern derjenige als der starrere oder bessere starre Körper betrachtet wird, welcher den Gesetzen der euklidischen Geometrie genauer gehorcht. Die Fortschritte, welche in der Genauigkeit der hergestellten starren Körper erzielt werden, beruhen darauf, daß immer feinere Beobachtungsmethoden ausgearbeitet werden, welche die Übereinstimmung des untersuchten Körpers mit den euklidischen Gesetzen immer schärfer festzustellen gestatten. Hat man das wirkliche Bestehen dieses Verfahrens als praktische Tatsache festgestellt, dann kann man aus

1) Physik. Zeitschr. 21, 487, 1920.

dieser weitere Konsequenzen ziehen. In der Praxis kann nun auch der Fall eintreten, daß der Mechaniker stellenweise irgendeinen natürlichen Vorgang, von dem er Grund hat anzunehmen, daß er weitgehend die Verhältnisse der euklidischen Geometrie realisiert, zur Herstellung des starren Körpers verwendet. Dies ist ja z. B. zur Zeit der Fall bei der Verwendung des Lichtes zur Prüfung der Maßstäbe. Ein solcher Vorgang ist aber stets schon ausgewählt unter der Leitung der euklidischen Geometrie (denn sonst wäre nicht abzusehen, wie man gerade auf ihn verfallen wäre), und das Verfahren erfolgt stets unter dem stillschweigenden Vorbehalt, daß bei der ersten Abweichung, die der Vorgang von der euklidischen Geometrie zeigt, er als Herstellungsmittel für den starren Körper verlassen wird. Im Prinzip stellt also das Verfahren eine vorläufige Extrapolation dar, die gegebenenfalles sehr lange vorhalten kann. Irgendwann aber wird immer einmal die Zeit kommen müssen, wo der Vorgang wieder Abweichungen von der euklidischen Geometrie zeigt, und verlassen werden muß als Kriterium des starren Körpers.

Zu b) Etwas anderes als die vorstehend behandelte rein praktische Feststellung, ist die allgemeine Behauptung, der Mechaniker könne überhaupt gar nicht anders handeln. Dieser Satz führt zum Verlangen eines „allgemeinen Beweises".

Dieser Beweis muß sich prinzipiell mit der Art beschäftigen, wie der starre Körper be-

stimmt werden kann. Er muß also, von der Annahme ausgehend, daß ich noch gar nichts über den starren Körper weiß, untersuchen, wie ich zu dem Wissen gelangen kann, daß von zwei vorhandenen Körpern der eine ein genauerer starrer Körper ist, als der andere. Dieser ganze Beweis ist nun ein sehr einfacher. Kenne ich nämlich die Kennzeichen, Definition des starren Körpers nicht, so kann ich ihn auch nicht suchen und finden. (Ebenso: Aus einer Sammlung von unbezeichneten deutschen Tagschmetterlingen kann niemand etwa die Vanessa levana heraussuchen, der deren Definition nicht kennt.) Weiter folgt: Da nun die logische Definition des starren Körpers der Bestimmung der Geometrie unseres Raumes gleichwertig ist (denn, ist die Geometrie unseres Raumes gegeben, so ist der starre Körper gegeben und umgekehrt), so können wir sagen: Kenne ich die Geometrie nicht, so kann ich den starren Körper nicht suchen und nicht finden. Soll ich aber ein Ding suchen, so kann ich das nur, indem ich seine Definition als Kriterium des Erkennens anwende. So kann der starre Körper nur gesucht werden, indem ich die Geometrie als Kriterium des Erkennens anwende. (Da die Geometrie aber selbst nur durch starre Körper empirisch festgestellt werden könnte, so ist eine empirische Feststellung der Geometrie nicht möglich).

Damit ist aber der theoretische Beweis schon erschöpft. Es bedarf nun nur noch im gegebenen Falle, wenn jemand auftreten sollte und behaupten würde, ein anderes Verfahren

zur Bestimmung des starren Körpers zu haben, jedesmal des besonderen Nachweises im einzelnen, daß in dem betreffenden Verfahren irgendwo und irgendwie unbewußt eine Definition bereits enthalten ist. Die häufigste Behauptung, ein anderes Verfahren zu haben, besteht in der Angabe, daß der starre Körper auf empirischem, experimentellem Wege gefunden werden könne. In diesem besonders wichtigen Einzelfalle zeigt man unschwer, wie ich das verschiedentlich durchgeführt habe, daß auch hier immer schon unbewußt eine Definition zugrunde liegen muß, wenn so etwas möglich sein soll. Man sieht leicht, um das Nötige nur kurz anzudeuten, daß, um einen Körper durch das Experiment, die Messung, als starr zu erkennen, ich immer bereits mich eines mindestens ebenso genau starren Körpers bedienen muß, als die zu findende Starrheit des untersuchten Körpers betragen soll. Also kann ich ihn auf diesem Wege nicht selbst finden. Da nun also das Experiment keinerlei Einfluß auf den starren Körper haben kann, so steht es mir frei, seine Definition selbst zu bestimmen[1]). Es

1) Natürlich sind die Menschen ursprünglich sicherlich zum Teil durch gewisse natürliche Umstände unserer Umgebung zur Wahl des starren Körpers bestimmt worden. Es handelt sich uns aber hier nicht um historische Tatsachen sondern um die prinzipielle Frage, woher der starre Körper und die Geometrie ihre Geltung bezieht. F. Poske hat seinerzeit beim Trägheitsprinzip etwa den Ausdruck gewählt: „Der Mensch hat es der Natur entnommen, um es ihr vorzuschreiben". (Vierteljahrsschr. wiss. Philos. VIII, 1884.) Vielleicht ist diese Fassung manchem Leser leichter akzeptabel.

ist selbstverständlich, da ich durch keinerlei andere Rücksichten gebunden bin, daß ich zu der logisch einfachsten Wahl greifen werde. Dies aber führt mich darauf, mich der euklidischen Geometrie zur Definition zu bedienen.

Mit dem Vorstehenden ist nun aber auch bereits die Antwort auf die Frage nach der Möglichkeit einer außenbestimmten Einfachstheit gegeben. Dies sei nun noch etwas ausgeführt.

Die Forderung der außenbestimmten Einfachstheit macht stillschweigend und unbewußt eine sehr einschneidende Voraussetzung. Sollen nämlich die experimentell gefundenen Tatsachen etwa die Geometrie bestimmen, indem diejenige Geometrie gesucht wird, welche eben diese „Tatsachen" am einfachsten darstellt, dann setzt das voraus, daß es solche, von uns ganz unabhängige Tatsachen überhaupt gebe, es müssen diese Tatsachen in irgendeiner zahlenmäßigen, von uns unabhängigen Form eindeutig festgelegt vorliegen, ganz objekitv sein. Dies aber, behaupte ich, ist nicht möglich, denn, wie man bei näherem Zusehen sieht, hängt jede dieser „Tatsachen" selbst schon wieder in ihrer Formulierung vom starren Körper und damit auch von unserer Wahl ab (siehe mein Buch „Physik und Hypothese", Berlin und Leipzig 1921), und mit dieser Voraussetzung fällt die außenbestimmte Einfachstheit selbst. Natürlich meine ich nicht, daß nun das wirkliche Geschehen von meinen Festsetzungen abhängig sei. Nein, das *Hg* z. B. fällt bei einem Experiment im Thermometer, ob ich es will oder nicht. Aber, sowie ich nun

das Experiment in Begriffe fasse, sobald ich es in Zahlen festlegen will, ihm eine gewisse Bedeutung im Gesamtbau meiner Physik zuschreiben, es als in Beziehung zu anderen Experimenten stehend auffassen will, in diesem Momente liegt die Sache ganz anders. Ich kann wohl aus dem gesehenen Vorgang, der phänomenologisch ja ganz objektiv ist, entnehmen, daß das, was ich die Thermometersäule nenne, steigt oder fällt. Um aber sagen zu können, daß dies Steigen eine Gradzunahme um die abgelesene Zahl in dem gewöhnlichen Sinne anzeigt, dazu bedarf ich etwas, daß ich nicht sehen kann, sondern „wissen" muß, nämlich, daß mein Thermometer wirklich ein so und so genaues Thermometer ist, mit den und den Konstanten, Abweichungen usw. Dazu aber muß ich die „Vorgeschichte" des Thermometers kennen, bzw. ich muß eventuell das Thermometer selbst prüfen an sonst bestehenden Vergleichsinstrumenten und damit am starren Körper. Ebenso, wenn ich einen etwa mechanischen oder optischen Vorgang messend verfolge, dann kann meine unmittelbare phänomenologische Beobachtung zwar (um mich eines jetzt oft benutzten Ausdrucks zu bedienen) die „Koinzidenzen" des Vorgangs mit gewissen Skalenstrichen meines Maßstabes feststellen. Aber sonst nichts. Dies aber genügt nicht. Das jetzt so viel benutzte Axiom, daß der Physiker nur Koinzidenzen feststellen könne[1]), ist zwar für

1) Der Satz spielt in den Grundlagen der Relativitätstheorie eine ausschlaggebende Rolle.

die messende Physik rein wörtlich genommen richtig, führt aber, wenn es zur Grundlegung einer physikalischen Methodenlehre verwendet werden soll, aus folgendem Grunde fast mit Notwendigkeit zu Unrichtigkeiten: In der Weise, wie der Satz in dieser Methodenlehre verwendet wird, enthält er die stillschweigende und unbewußte Voraussetzung, daß die Koinzidenzen an in der Realität irgendwie fest gegebenen Dingen, die in keiner Weise unserer Wahl unterliegen, festgestellt werden. Damit ist aber gerade das *Wesentliche*, um das es sich hier handelt, schon *vorausgesetzt*. Denn ich behaupte und beweise ja eben, daß die notwendige Grundlage jeder Messung, der starre Körper, lediglich aus unserer Wahl hervorgeht. Betrachtungen also über die physikalische Methode, welche lediglich von Koinzidenzen sprechen, ohne die Provenienz der messenden Körper in Betracht zu ziehen (wie dies bisher tatsächlich der Brauch war), müssen (wenn es sich um die ersten Grundlagen der Physik: Geometrie, Mechanik usw. handelt, ist dies besonders folgenreich) notwendig fast völlig in der Luft schweben, da sie fast nur die rein zahlenmäßigen Resultate der Experimente in Betracht ziehen, während die hinter den Experimenten stehenden Realitäten zwar vermeintlich, nicht aber in voller Wirklichkeit herangezogen werden. Nur dieses Verfahren führt aber erst wirklich in die Tiefen der physikalischen Forschungsmethode.

Es ist hier vielleicht der Ort, um anzugeben, warum Darlegungen wie die obigen, so leicht

einem vollkommenen Mißverständnis zu unterliegen scheinen, welches geeignet ist, den geistigen Zugang zu diesen Überlegungen völlig zu sperren. Wenn ich von „starren Körpern" rede, so denkt der Physiker und erst recht der Mathematiker vielfach zunächst an ein System von Transformationen und Invarianten, oder, wenn er anschaulich vorstellen will, an ein Etwas, das man die „platonische Idee" des starren Körpers nennen könnte. Das, worauf es hier ankommt, ist dagegen etwas völlig anderes: es sind nämlich die konkreten, praktischen, real greifbaren Meßapparate und Gegenstände, und deren Herkunft wird untersucht. Vielfach hört man auch die Ansicht, daß der starre Körper eine „Annahme" sei, aber platonische Ideen und Annahmen kann man nicht verkaufen. Bei Zeiß aber werden starre Körper letzter Genauigkeit direkt verkauft.

Die oben genannten experimentellen Tatsachen sind also nicht irgendwelche unbeeinflußte Naturvorgänge, sondern sind schon durch die dabei verwendeten Meßinstrumente mit der bisherigen Wahl der euklidischen Geometrie im Empirischen behaftet. Natürlich erhalte ich bei den Messungen zunächst einfach gewisse Zahlen, und kann diese, wenn ich sie ganz von ihrer Provenienz loslöse, in oder durch sehr verschiedene Systeme von Differentialgleichungen darstellen, darunter natürlich auch solche, die z. B. auf der Voraussetzung einer nichteuklidischen Geometrie aufgestellt sind. Diese Zahlen müssen aber im eigentlichen Sinne ganz sinnlos bleiben, solange sie nicht betrachtet werden in Verbindung

mit der Art, in der sie gewonnen sind; und die auf ihnen aufgebauten mathematischen Erklärungssysteme schweben in diesem Sinne völlig in der Luft, solange nicht die andere, nämlich die empirische Seite der physikalischen Forschung im obigen Sinne ihre Berücksichtigung findet. Solche „Tatsachen", wie sie die außenbestimmte Einfachstheit voraussetzt, sind nicht etwa rein phänomenologische, noch unausgesprochene Vorgänge, sondern notwendig bereits begrifflich gefaßte, oder in Zahlen abgelesene Vorgänge. Solche Fassungen sind aber sinnlos ohne die Vorgeschichte der in dem Vorgang verwendeten Gegenstände, und diese ist, wie wir sahen, notwendig die Geschichte einer fortgesetzten Wahl, nämlich auf Grund der von uns selbst aufgestellten Definitionen. Man kann also hier nicht ohne weiteres von bestehenden, von uns unabhängigen „Tatsachen" reden. Damit aber fällt die notwendige Voraussetzung der außenbestimmten Einfachstheit, und damit diese selbst. Ich darf vielleicht die Gelegenheit ergreifen, das Verhältnis der innenbestimmten und der außenbestimmten Einfachstheit, wie es sich mir nach den vorstehenden Überlegungen darstellt, an einem anschaulichen Bilde zu illustrieren zu versuchen. Ich vergleiche die Realität mit einer ungeheuer großen Schüssel voll einer gelierten Masse. Die Generationen der Menschheit schöpfen nun mit einem Löffel von ganz bestimmter Form von diesem Gelee. Auf diese Weise findet jede folgende Generation eine im Laufe der Zeit immer komplizierter

werdende Oberfläche des Gelees vor, die in ihren einzelnen Formen natürlich sozusagen eine Funktion der Gestalt des Löffels ist. Es ist die Aufgabe jeder Generation, die jeweilige Gestalt der Oberfläche zu „erklären in ihrer Entstehung". Die Geleemasse bedeutet in diesem Bilde die an sich ungeformte, d. h. keinen Zwang zu einer bestimmten Wahl der Darstellungsform ausübende Realität. Der Löffel bedeutet die euklidische Geometrie. Wie ich im Vorstehenden zeigte, sind die von uns in Gestalt der Apparate und Meßinstrumente herausgearbeiteten „Oberflächenformen" durch den „Löffel" der euklidischen Geometrie geformt. Nun stellt sich der Versuch, eine experimentell gefundene Erscheinung der Realität durch eine nichteuklidische Geometrie zu erklären, in unserem Bilde so dar, daß jemand eine Stelle unserer Geleeoberfläche, weil er sie nicht sofort in ihrer Entstehung aus unserem Löffel erklären kann, so erklärt, daß sie durch Anwendung eines anderen Löffels entstanden sei. Noch schlagender wird aber der Widersinn, wenn wir bedenken, daß doch die Wahl einer Geometrie für die ganze Realität bindend ist. Es würde dann jemand, weil er eine oder mehrere einzelne Stellen der Oberfläche nicht sofort durch den ersten Löffel erklären kann, und vielleicht sogar es momentan scheinen möchte, als ob diese wenigen Stellen durch einen anderen Löffel „einfacher" zu erklären seien, nun die ganze Oberfläche durch den anderen Löffel erklären, trotzdem er außerdem weiß, daß sie nicht aus

einem anderen, sondern in der Tat durch den ersten Löffel entstanden ist. Auf die treffende und anschauliche Analogie des Löffelschöpfens zur „Exhaustion" möchte ich nur noch kurz hinweisen. Man kann das Bild noch erweitern durch die Annahme, daß der erste Löffel in sich von „einfachster Gestalt" ist.

Um nun den experimentellen Physiker nicht ein unrichtiges und vielleicht abschreckendes Bild von unseren Überlegungen gewinnen zu lassen, mag es gut sein, folgendes hinzuzufügen. Die experimentelle Arbeit des Physikers bleibt durch unsere Bemerkungen völlig unberührt, solange er nämlich mit den traditionellen experimentellen Mitteln, wie dies ja auch üblich ist, weiter arbeitet. Trotzdem nämlich das eigentliche praktische Verfahren der Bildung der empirischen Grundlagen unserer messenden Physik nicht explizit bekannt war bisher, ist es doch in der manuellen Praxis der Präzisionsfabriken für Werkzeuge und Apparate derart fest verankert, daß die praktische Kontinuität hinreichend gewährleistet ist. Daraus zeigt sich, daß die experimentelle Physik von unseren Bemerkungen praktisch völlig unberührt bleibt. Genau das gleiche gilt auch für die Bildung von physikalischen Theorien innerhalb eines Teilgebietes der Physik, solange diese sich eben auf dem Boden der euklidischen Geometrie bewegen. Anders wird jedoch die Sachlage, wenn Theorien aufgestellt werden sollten, welche eine Änderung der „Messungsbasis" einschließen, also zu einer anderen als der euklidischen Geometrie

greifen. Für solche Fälle müßten wohl die vorstehenden Bemerkungen als einschlägig betrachtet werden[1]).

## II.

Da unsere These der „innenbestimmten Einfachstheit" im Vorstehenden durch Betrachtungen über den starren Körper bewiesen wurde, Betrachtungen letzterer Art aber vielfach noch Schwierigkeiten des Verständnisses begegnen, so ist es vielleicht nicht überflüssig, auf verschiedene, hier mögliche und naheliegende Einwände etwas näher einzugehen.

Da ist vor allem die erste Frage: „Was ist der starre Körper?" Wie wenig eine exakte Beantwortung dieser Frage noch feststeht, geht aus der Verschiedenheit der Antworten hervor, die man darauf erhält.

Zunächst ist natürlich zu betonen, daß der Begriff „starr" hier nur symbolisch figuriert. Der „starre Körper", von dem wir sprechen, kann so weich sein wie er will. Das einzige, was von ihm verlangt wird, ist, daß seine Be-

---

1) Dies auch in Bezug auf den Umstand, daß die Relativitätstheorie eine nicht-euklidische Struktur des Raumes in Betracht zieht, deren nähere Natur durch das Experiment festzustellen wäre. Man vergleiche hierzu unsere obigen Resultate. — Über die andere Stelle der Gesamtphysik, wo die Konvention ebenfalls eine Rolle spielt, siehe meine Schrift „Physik und Hypothese", Berlin u. Leipzig 1921, sowie meinen Aufsatz in der Physik. Zeitschr. **22**, 332, 1921, ebenso die in einiger Zeit erscheinende 2. Auflage meiner „Grundlagen der Physik". Leider kann ich hier nicht mehr auf diesen Punkt eingehen.

grenzung nach den Gesetzen der Geometrie, die wir akzeptiert haben, keine Gestaltsveränderung, also keine geometrische Veränderung (außer „Bewegungen") aufweist. Dies allein ist der Sinn, in dem hier vom „starren Körper" gesprochen wird.

In den meisten Fällen herrscht offenbar ein Glaube an die reale „Existenz" eines eindeutigen, bestimmten empirischen starren Körpers, der dadurch gefunden wird, daß man experimentell feststellt, daß ein Körper (innerhalb der momentanen Meßgenauigkeit) keine räumlichen Veränderungen erleidet. Was dabei aber unter „Existenz" zu verstehen, ob diese experimentellen Feststellungen in diesem Sinne überhaupt möglich sind, wie der Begriff „räumliche Veränderungen" dabei definiert werde, dies alles bleibt dabei gänzlich unbeantwortet und gilt als „selbstverständlich".

Die Schwierigkeit, hier richtige Anschauungen zu erlangen, hängt damit zusammen, daß man in einem gewissen Sinne tatsächlich von der realen Existenz eines starren Körpers sprechen kann. Allerdings in einem viel komplizierteren Sinne, als es der naive Realismus meint.

Tatsächlich ergibt sich auch nach unseren Überlegungen, daß wir Körper von beliebiger Starrheit in der Realität herzustellen vermögen, wenn wir nach Körpern suchen, welche immer besser der Definition des starren Körpers gehorchen. In diesem Sinne „gibt es" den starren Körper „wirklich". Daß es beliebig starre Körper, die man eben bei dem oben genannten

Herstellungsverfahren erhält, schon in der Realität fertig „gebe", das ist zwar an sich keineswegs nötig, aber immerhin ist die Möglichkeit hierzu vorhanden. Es ist das eine reine Frage des Zufalles, ebenso wie es Zufall ist, ob sich z. B. Zimtsäurekristalle in der freien Natur vorfinden, dennoch aber sind sie herstellbar. Diese Möglichkeit der Herstellung ist nun das, was allein sinnvoll unter dem obigen Begriffe der Existenz verstanden werden kann.

Hier aber kommt nun der springende Punkt zutage. In gleicher Weise könnte ein Junggeselle, der die Absicht hat, auf jeden Fall demnächst zu heiraten, sagen „daß es seine Frau gibt", trotzdem er sie noch gar nicht kennt. Die Hauptschwierigkeit besteht nämlich darin, sie zu finden. Oder in gleicher Weise könnte man sagen, daß es in einer Republik zu dem gegenwärtigen Präsidenten schon den Nachfolger gebe, und daß es insofern schon den künftigen Präsidenten gebe.

Diese Überlegungen zeigen uns, daß die Hauptarbeit, die für den starren Körper geleistet werden muß, einmal ganz abgesehen von jeder sonstigen Einstellung, ob man Empirist ist oder nicht, in der Arbeit des Suchens besteht. Selbst wenn es den starren Körper in der Weise, wie der naive Empirist sich das denkt, in der Realität „gäbe", wäre immer noch die Frage, wie dieser nun auch gefunden, als solcher festgestellt wird. Und hier setzen erst die Probleme ein. Sahen wir doch oben, daß

ein Suchen des starren Körpers nur möglich ist, wenn wir eine Definition desselben explizit oder implizit dabei verwenden. Diese Definition muß natürlich eine „vollständige" sein, d. h. eine solche, die den starren Körper mit jeder Genauigkeit bestimmt und festlegt. Andernfalls nämlich würde immer wieder ein Moment eintreten, wenn man in der Genauigkeit der Herstellung bis zu der Grenze, bis zu der der starre Körper nur definiert war, gelangt ist, wo dann keine weitere feinere Definition des starren Körpers mehr vorhanden ist. Dann stünden wir wiederum vor der Unmöglichkeit, einen feineren starren Körper zu haben, überhaupt in irgendeiner Messung über jene Grenze hinauszugelangen und so in inf.

Nun kann es Leute geben, die sagen: „die Definition des starren Körpers sei die, daß er keine räumlichen Veränderungen erleide". Hier muß natürlich bekannt sein, was „räumliche" Veränderungen sind. Auf Befragen erklären sie, daß das eben experimentell festgestellt werden müsse. Hier kommt dann jener schon im 1. Teil behandelte praktische Zirkel zustande, daß man nämlich, um Messungen räumlicher Veränderung vorzunehmen, schon eines räumlich nicht oder nur weniger veränderlichen Körpers bedarf. Da aber dieser selbst ja gerade das ist, was wir durch das Experiment suchen wollten, so erkennt man, daß diese Auffassung unhaltbar ist.

Es bleibt also immer wieder bei unserem Resultat. Um den starren Körper bewußt

zu suchen, bedarf ich vorher der für jeden Grad der Genauigkeit festgelegten Definiton desselben.

Daß die von mir geforderte Definition durch die Gesetze der euklidischen Geometrie eine solche Definition ist, darauf wollen wir alsbald noch näher eingehen.

Hier taucht nun aber sofort wieder eine neue Klippe für das Verständnis auf: die historische Klippe. Man sagt: in der Tat hat doch die Menschheit, ohne etwas von dem von mir behaupteten Verfahren der Exhaustion zu wissen, dennoch bisher stets einen bestimmten, mit steigender Genauigkeit bekannten starren Körper herausgearbeitet. Daraus folgt doch, daß man den starren Körper empirisch gefunden hat bisher. Das ist ganz richtig, wenn man das Wort „empirisch" geeignet versteht. Daran hängt alles, wir haben in diesem Worte eine Äquivokation vor uns, indem zwei verschiedene Begriffe mit dem gleichen Terminus bezeichnet werden.

In der Tat kann ich etwa so sagen: Wenn ich aus Stein oder gutem Stahl Lineale, Ebenen, Zirkel anfertigte, dann stimmten alle Sätze der euklidischen Geometrie, die ich durch Zeichnungen mittels dieser Instrumente prüfte, mit jeder bemerkbaren Genauigkeit. Wenn also unsere Vorfahren den Stein oder Stahl (aus irgendeinem Grunde) als starren Körper betrachteten, dann fanden sie damit, daß dieser starre Körper den euklidischen Gesetzen gehorche. Es sieht nun auf den ersten Blick so

aus, als ob diese harmlos und einleuchtend klingende Darstellung, wie sie der eben angeschriebene Satz enthält, und wie sie jetzt vielen so geläufig ist, ganz selbstverständlich wäre. Das ist sie aber nicht. Zunächst wird man dabei bemerken, daß keineswegs alle geometrischen Figuren usw., die mit Stahl und Stein hergestellt waren, ausnahmslos genau „stimmten". Nur hatte uns das wenig anhaben können (darum wurden die Fälle auch so leicht vergessen), weil sie immer auf fehlerhafte Instrumente und sonstige behebbare Umstände zurückführbar gewesen waren. Solche ziemlich häufig anftretenden fehlerhaften Instrumente aber hatten wir entweder durch Korrektur oder Vernichtung ausgemerzt. Nun, die Kennzeichen, an denen wir fehlerhafte Instrumente erkannten, waren selbst wieder geometrische gewesen, sie bestanden darin, daß wir versuchten, ob diese Instrumente die Gesetze der euklidischen Geometrie erfüllen. Darum aber war es dann auch kein Wunder, wenn dann diese ausgelesenen Instrumente schließlich wiederum Figuren lieferten, an welchen die Gesetze der euklidischen Geometrie erfüllt waren. Es war also keineswegs jeder Stahl und jeder Stein unter allen Umständen ein starrer Körper gewesen, wie es aus dem obigen Satze schien, sondern eben nur solche, und unter solchen Umständen, die genau darauf geprüft waren. Diese Prüfung aber bestand wieder in dem Versuch, ob sie die euklidischen Gesetze erfüllten. Also zeigt sich die Meinung, daß Stahl oder

Stein „starre Körper" seien, als generelle Behauptung als unrichtig, und es zeigt sich, daß nur solcher Stahl und solcher Stein einer ist, der die euklidischen Gesetze erfüllt. Das ist aber dann in gewissem Sinne eine Tautologie.

Nun ist ja bekannt, daß Stahl und Stein unter gewissen Umständen gewisse geometrische Veränderungen erleiden, z. B. durch Erwärmung usw. Diese Tatsache konnte natürlich auch nur festgestellt werden, indem diese Körper mit anderen, starreren verglichen wurden. Also konnten sie schon aus diesem Grunde nicht selbst das Kriterium der Starrheit darstellen. Nun könnte man denken, und manche tun es, daß vielleicht ein anderer natürlicher Gegenstand oder Vorgang von vornherein ein besserer starrer Körper war und als Vergleichsgegenstand dabei verwendet wurde. Man denkt da etwa an das Licht, das ja heute als feinste empirische Kontrollinstanz für exakte Messungen vielfach gewählt wird. Woher aber weiß man, daß das Licht dazu geeignet ist? Es ist doch seltsam, daß man unter den ungezählten Naturvorgängen gerade auf das Licht verfallen ist. Es ist dies das Resultat einer Wahl, und zwar keiner beliebigen, sondern einer gerichteten Wahl (nur daß sie heute noch meist unbewußt war). Das Geheimnis ist sehr einfach: das Licht präsentierte sich deshalb hier als beste Wahl, weil es in sonst unerreichter Genauigkeit die Eigenschaften der euklidischen Geometrie aufweist: für unsere derzeitige Genauigkeit.

In der Tat gilt auch hier: nicht das Licht an sich definiert uns den starren Körper, die Geometrie, sondern nur dasjenige Licht verwenden wir zu seiner Herstellung, welches den Gesetzen der euklidischen Geometrie gehorcht. Finden sich einmal Abweichungen, dann wird solches Licht uns nicht mehr den starren Körper definieren. Denn wenn wir den starren Körper überhaupt durch das Licht definiert sein ließen, so wäre das eine Definition, die jeden Augenblick versagen könnte. Angenommen nämlich, wir erführen eines Tages die feinere, innere Konstitution des Lichtes, dann wäre es vorbei mit dieser Definitionsmöglichkeit. Denn wie soll ein komplizierter Vorgang den starren Körper definieren? Falls wir nämlich einmal an die Grenze der Genauigkeit gelangt wären, welche der Größenordnung der konstituirenden Elemente des Lichtes entspricht, dann wurden auch die dann unvermeidlich in der gleichen Größenordnung vorhandenen Fehler für uns bemerkbar werden. Bei der Definition des starren Körpers durch Exhaustion der euklidischen Geometrie kann ein plötzliches Versagen der Definition nicht vorkommen. Diese wird dauernd und stets ihren Aufgaben nachkommen können.

Nun wollen wir nochmals fragen, was ist der starre Körper, von dem wir immer sprechen, nun eigentlich? Er ist nicht immer als solcher, als ein abgeschlossener fester Körper vorhanden. Er ist in seinen feinsten Formen oft gegeben durch einen vielleicht verwickelten Apparat, mit

dem wir „räumliche Veränderungen“ messen, denn ein solcher Apparat muß ja auf eine mehr oder weniger implizite Weise stets den starren Körper irgendwie dem Prinzipe nach darstellen oder enthalten. So kann es sein, daß es erst einigen Nachdenkens bedarf, um sich der konstanten Raumbeziehungen an einem solchen Apparate bewußt zu werden. Dies erschwert manchmal das Verständnis. Da nun die Idee, der starre Körper müsse auch ein bestimmter abgeschlossener Körper sein, dem ersten Nachdenken darüber sehr nahe liegt, so sind viele auf den Gedanken verfallen, das sogenannte Urmeter in Sèvres bei Paris, jener Platin-Iridium-Stab, der die Urmarke der Meterlänge enthält, sei der starre Körper. Daß der Urmeter nicht die Definition des starren Körpers darstellt, dies wird sich uns sofort ergeben, wenn wir nun weitergehen in unserer Überlegung; er ist nämlich nicht etwa starr, sondern er wird mit allen zur Verfügung stehenden Mitteln starr gehalten. Also kann die Kenntnis dieser Mittel nicht von ihm selbst, sondern muß von anderswo herkommen.

Wir haben bisher die Meinung behandelt, daß es den starren Körper in der Realität in dem Sinne „gebe“, daß er uns dort irgendwie zwangsweise vorgelegt sei. Wir sahen, daß dies nicht der Fall sein kann. Nun gibt es aber vielleicht ebensoviele, die zurzeit der Ansicht sind, daß es einen solchen zwangsmäßig uns vorgegebenen starren Körper in der Realität nicht gebe. Diese Meinung ist wohl ent-

standen aus gewissen kritischen Betrachtungen, die H. Poincaré darüber angestellt hat. Aber, wenn man die nähere Ausführung dieser Meinung, wie sie gelegentlich vorgebracht wird, sich betrachtet, erkennt man, daß auch hier nicht haltbare Anschauungen vorherrschen.

Man sagt etwa so: Ein eindeutiger starrer Körper ist uns nicht in der Realität vorgegeben, sondern was wir als solchen betrachten wollen, das unterliegt unserer Wahl. Ich könnte ebensogut ein Stück Gummi als starren Körper wählen, wie die Körper, die wir jetzt als starr bezeichnen, nur würde ich dann eben ganz andere geometrische Sätze erhalten. Diese Auffassung enthält die Hypothese, daß wir unseren starren Körper dadurch erhielten, daß wir irgendeinen konkreten Körper auswählen und diesen als starr bezeichnen. Irgendein Prinzip, nach dem diese Wahl getroffen wird, wird nicht angegeben. Da ist es doch recht merkwürdig, daß alle Untersuchungen über den starren Körper, die in den verschiedenen Kulturländern ausgeführt werden, stets mit größter Genauigkeit zu den gleichen Resultaten führen. Daß wir nicht etwa einen amerikanischen und europäischen starren Körper haben, sondern daß die in Amerika hergestellten Apparate genau die gleichen Messungen ergeben, wie die in Deutschland hergestellten. Nun gäbe es hier zwei Möglichkeiten. Entweder man definiert ein bestimmtes Individuum von Körpern als den starren Urkörper, oder aber eine bestimmte Art von Körpern, einen gewissen „Stoff". Das

letztere ist sofort als unmöglich zu erkennen. Wie nämlich soll ein solcher „Stoff", etwa Eisen, allgemein definiert werden, ohne sich dabei der Messung, d. h. eben schon eines starren Körpers zu bedienen? Und ohne solche exakte Definition ist allen beliebigen Möglichkeiten Tür und Tor geöffnet. Es wird sich also nur noch um den Fall handeln, daß man den starren Körper dadurch definieren möchte, daß man irgendein Körperindividuum dazu „ernennt". Im Sinne dieses Verfahrens könnte man also irgendeinen Gegenstand zum starren Körper ernennen, und ihn irgendwo als Prototyp deponieren. Nun hat das seine großen Schattenseiten. Selbst wenn dieser Urkörper so gewählt wird, daß er jetzt unseren groben Sinnen als räumlich ganz unveränderlich erscheint, kann sich dies in kurzer Zeit sehr stark ändern. Dann versagt die Definition.

Nun kann ich aber dieses Individuum nicht dauernd überall zugleich haben. Ich würde also „Kopien" davon zu machen haben. Wer aber garantiert mir, daß diese Kopien sich immer gleich verhalten wie ihr Prototyp? So bliebe schließlich doch nichts anderes übrig, als sich auf die Gleichheit des Stoffes zu verlassen, aus dem sämtliche solche Körper hergestellt werden. Hier tritt aber die oben genannte Schwierigkeit auf, daß ich dazu einer genauen Definition des Stoffes sowie genau gemessener Angaben bedarf, unter welchen Umständen ich ihn als starr betrachten darf. Dazu ist selbst aber immer schon ein starrerer Maßkörper nötig.

Also ist diese Schwierigkeit einer Unmöglichkeit gleichwertig.

Nun sagen die Anhänger solcher Anschauung gerne, daß der oben genannte Urmeter dieses Körperindividuum sei. Diese Meinung kann aber nur haben, wer darüber nicht ganz orientiert ist. Studiert man nämlich den Vorgang der Herstellung und Benutzung des Urmeters genauer, so sieht man, daß dieser nicht aus einem simplen Wahlakt entstanden ist, sondern das Resultat der feinsten und kompliziertesten Messungen darstellt, die wir machen können. In der Tat, wie sollte sonst der Ausdehnungskoeffizient, die Konstanz der Temperatur des Druckes usw. festzustellen sein, ohne welche der Gebrauch des Urmeters ganz sinnlos ist, als durch feinste Messung? Alle solche Messung setzt aber, wie wir sahen, schon einen feineren starren Körper voraus, als sie selbst einen produziert. So ergibt sich, daß das Urmeter einfach ein durch Vergleich mit sonstigen starren Körpern in seiner Starrheit möglichst genau hergestellter starrer Körper ist, der den speziellen Zweck hat, als Träger unserer konventionellen Maßeinheit zu dienen, d. h. die willkürliche Definition unserer Längeneinheit an sich markieren zu lassen, die ja eines starren Körpers notwendig bedarf. Mit dem Prototyp des starren Körpers hat er aber nichts zu tun.

Manche auch geben ihre Ansicht dahin kund, „daß es überhaupt keinen starren Körper gebe, auch in der Wirklichkeit nicht". Geht man diesem etwas ungenau formulierten Ge-

danken genauer nach, so findet man, daß sie damit meinen, daß wir keinen absolut starren Körper zu realisieren vermögen, wie wir ja bekanntlich nichts in der Wirklichkeit mit absoluter Genauigkeit realisieren können. Das ist nun eine Binsenweisheit, und man darf nicht glauben, mit ihr das Problem des starren Körpers erledigt zu haben. Denn um diese Selbstverständlichkeit handelt es sich hier gar nicht, wohl aber darum, daß wir in der Praxis doch einen ganz bestimmten starren Körper mit aller momentanen Genauigkeit haben, ebenso wie eine ebensolche Geometrie. Das ist zu erklären und wird durch die Exhaustionslehre auch voll nach allen Seiten hin erklärt.

Ähnlich steht es mit der Aussage, daß wir eine ähnliche Gesamtvergrößerung und Verkleinerung der ganzen Welt nicht bemerken würden, und deshalb über die Starrheit eines Körpers nichts auszusagen vermöchten. Eben da eine solche Änderung vollkommen sich der Feststellung entziehen muß, kann sie von keinerlei realem Einfluß sein. Wir können das etwa so ausdrücken, daß selbstverständlich nur relative Größenveränderungen bemerkbar sein können. Eine in diesem Sinne absolute Starrheit kann niemals vom starren Körper verlangt werden, kann nicht einmal in seine Definition aufgenommen werden, da sie sinnlos ist. Erkennt man ferner, daß auch der Begriff des starren Körpers nur ein von uns selbst geschaffener Zweckbegriff zur exakten Darstellung der Realität ist, dann fällt von vornherein die Möglich-

keit, solche unbemerkbare „Veränderungen" in Betracht zu ziehen, fort. Denn ich werde zur Beschreibung der Realität und ihrer Eigenschaften nicht solche Beziehungen wählen, die von vornherein darauf verzichten müssen, jemals irgendein Äquivalent in der Realität finden zu können.

Nimmt man das System der euklidischen Geometrie als solches, dann gibt es bekanntlich die verschiedensten Arten von mathematischen Dingen, welche formal den Gesetzen der euklidischen Geometrie gehorchen. Ein bekanntes Beispiel dieser Art ist z. B. die Geometrie im sogenannten Null-Kreisbündel in der Ebene, und so gibt es viele andere.

Dies ist ein überaus wichtiger Gesichtspunkt, der uns einen Schritt weiter in die Tiefe unseres Problemes blicken lassen wird. In der Tat, wenn wir uns das überlegen, sieht es zunächst so aus, als ob unsere These, daß der starre Körper durch die Gesetze der euklidischen Geometrie definiert werde, gar nicht durchführbar sei. Wenn es im gleichen Raum noch ganz andere Möglichkeiten gibt, die Axiome der euklidischen Geometrie und damit dann diese selbst darzustellen, zu verwirklichen, so ist ja gar nicht gesagt, ob bei einer Realisierung gerade diejenige euklidische Geometrie zustande kommt, wie wir sie gewöhnlich verstehen. Bekanntlich gibt es ungezählte solche Realisierungen der euklidischen Geometrie an anderen Gebilden in der euklidischen Geometrie selbst. Das parabolische Kugelgebüsch, wo die Kugeln den

Ebenen, ihre Schnittkreise den Geraden entsprechen (bei ausgeschnittenem Büschelmittelpunkt) ist nur ein einzelnes besonders einfaches Beispiel. Wellstein und Weber haben im 2. Bande ihrer Enzyklopädie der Elementarmathematik diesen wichtigen Punkt eingehend behandelt und Wellstein hat sich das große Verdienst erworben, solche Beispiele in systematischer Weise aufgesucht und behandelt zu haben. Diese Schwierigkeit führt zu dem Resultate, daß die euklidischen Axiome die geometrischen Elementargebilde (Ebene, Gerade, Punkt, starrer Körper) nicht eindeutig zu bestimmen vermögen. Das ist das Wellsteinsche Resultat. Hier liegt also ein Umstand vor, der uns veranlaßt, etwas tiefer in den Zusammenhang zwischen geometrischen Axiomensystemen und Realität hineinzudringen. Es ist ja die Art, wie Euklid sein Axiomensystem aufgestellt hat (das wir immer in der vollendeten Form, die ihm David Hilbert gegeben hat, voraussetzen), nicht die einzig mögliche. Vom rein logischen Standpunkt aus ist aber jedes Axiomensystem, es mag aussehen, wie es will, ein reines „Beziehungssystem", d. h. es liefert bloß die Beziehungen zwischen gewissen Grundbegriffen, sagt aber über diese Grundbegriffe selbst (und ihr eventuelles „gestaltliches Aussehen") gar nichts aus. So scheint es also zunächst völlig hoffnungslos, aus dem Wellsteinschen Resultate herauszukommen. Aber eine noch tiefer gelegene Unterscheidung führt uns dennoch weiter. Es ist eine bekannte Tatsache, daß man

gewisse geometrische Daten als empirisch vorgelegt ansehen muß, um in der Geometrie der Ebene alle Konstruktionen, die mit Zirkel und Lineal ausführbar sind, ausführen zu können. In der Geometrie der Ebene wird dies z. B. geleistet in den sogenannten Steinerschen Konstruktionen mittels des Lineals und eines einzigen festen Kreises mit Mittelpunkt. Das ist nun recht viel, was da empirisch als gegeben vorausgesetzt wird. Es ist die Gerade und an einer Stelle der Ebene eine starre Strecke von einem Punkt aus nach allen Seiten abgetragen. Die müßten also irgendwie empirisch gegeben vorliegen, dann wäre unser starrer „Körper" in der Ebene erst völlig bestimmt. So wäre also dieser doch in gewisser Hinsicht empirisch gegeben. Dies widerspricht unseren vorstehenden Überlegungen, insofern, als wir zu dem Resultat kamen, daß der starre Körper nicht empirisch gegeben sein könne, ja, daß in der Feinmechanik der Fall vorliege, daß er doch durch die euklidische Geometrie eindeutig bestimmt sein müsse.

Diese scheinbar widersprechenden Resultate können nur dadurch gemeinsam bestehen, daß es möglich sein muß, dennoch ein Axiomensystem der euklidischen Geometrie aufzustellen, welches so beschaffen ist, daß das Empirische, was auch es notwendig enthalten muß, wenn man es aus einem reinen Beziehungsschematismus zu einer wirklichen Geometrie machen will, nicht irgendwelche fertige geometrische Dinge starrer

Natur umfaßt, sondern irgendwie von einfacherer Art ist.

Ein solches Axiomensystem erhält man nun, wenn man darauf zurückgeht, wie und wodurch uns sonst die Grundgebilde und Grundeigenschaften des euklidischen Raumes definiert erscheinen. Erinnert man sich an die technische Herstellung der Ebene[1]), dann erkennt man, daß die Ebene als diejenige Fläche gilt, deren beide Seiten, abgesehen von der Lage nicht unterscheidbar sind. Die Gerade ist diejenige Linie, in der sich Ebenen schneiden, und bei einer Translation ist die Bahnkurve jedes Punktes eine Gerade. Dies sind natürlich nur die entscheidenden Festsetzungen. Hier werden alle Begriffe aus der „nichtstarren Geometrie" (der analysis situs) genommen, und zu diesen kommt dann als einziger eine eindeutige Fassung liefernder der Begriff der Unterscheidbarkeit hinzu. Unterscheidung aber überhaupt ist uns unmittelbar gegeben, sie bildet die Grundlage jeder Erkenntnistheorie. Ein solches Axiomensystem bedarf nun als empirischer Gegebenheiten keiner „starren Raumdinge", (wie das bei der euklidischen Fassung notwendig der Fall ist), es bedient sich lediglich einiger Begriffe der analysis situs (welcher bekanntlich der „Punkt" auch schon angehört, der auch kein „starres Raumgebilde" ist) sowie des Begriffs der Unterscheidbarkeit, der als absolutes Element das ganze

1) Siehe meine „Grundlagen der angewandten Geometrie", Leipzig 1911, I. Teil.

System von Dingen in unserem Anschauungsvermögen verankert und damit gerade zu jener Realisierung führt, die wir uns vorstellen, wenn wir von der Geometrie unseres Raumes sprechen. In der Tat, ein solches Axiomensystem, das bewußt darauf verzichtet, die Grundgebilde nur untereinander in Beziehung zu setzen, sondern das sie auch zu uns selbst und zwar gerade den einfachsten Gegebenheiten meines Erkenntnisvermögens überhaupt (dem Erkennen von Unterschieden) in Beziehung setzt, ein solches liefert auch nur eine einzige Realisierung, nämlich gerade unsere gewohnte, und an ihm muß die Wellsteinsche Betrachtung notwendig ihre Kraft verlieren. Damit aber fallen alle Schwierigkeiten in dieser Hinsicht von selbst.

Damit aber werden wir uns zugleich klar, daß von diesem Gesichtspunkte aus keineswegs diejenige volle Freiheit in der Wahl der Geometrie besteht, wie man sie auf Grund der mathematischen Untersuchungen des letzten Jahrhunderts darin annehmen mußte. Der Schein dieser Freiheit bestand nur so lange, als man die Geometrie derart aufbaute, daß sie lediglich Beziehungen der Grundgebilde untereinander enthielt. Sowie man dagegen auch die Beziehungen der Grundgebilde gegen uns hereinnimmt, wird, wie wir sahen, die Geometrie eindeutig. Die Ebenen z. B. haben dann nicht nur diejenigen Beziehungen unter sich und gegen die Geraden und Punkte, wie sie in den Axiomen des Euklid festgelegt sind, sondern sie haben

auch diejenigen Beziehungen der Symmetrie und Gleichheit ihrer beiden Seiten, die sie erst für uns zu Ebenen machen, damit also gewinnen sie erst denjenigen Anblick, diejenige Beschaffenheit, die sie auch für uns zu Ebenen machen[1]).

Die Griechen hatten natürlich keinen Anlaß dazu, ihr geometrisches System in dieser Hinsicht zu betrachten, und ihnen genügten die sich ihnen aufdrängenden Beziehungen der Grundgebilde untereinander. Daß ihre Geometrie dadurch eine noch nicht eindeutig bestimmte war, dies wurde erst dem 19. Jahrhundert klar. Man meinte aber dennoch, dies als eine unabänderliche Tatsache hinnehmen zu müssen. Die vorstehende Überlegung wird einen Weg gezeigt haben, zu einer wirklichen eindeutigen Geometrie zu gelangen, ohne daß man dabei irgendwelche starre Gebilde vorauszusetzen brauchte. (Die Unterscheidung in starre und nichtstarre Gebilde, wie wir sie im oben angedeuteten Sinne benutzen, ist eine sehr fundamentale. Sie trifft nämlich ziemlich zusammen mit der Grenze zwischen dem, was man sonst exakte Wissenschaft nennt und nicht exakte, oder genauer noch zwischen messender Wissenschaft und qualitativer (soweit von letzterer überhaupt gesprochen werden kann). Alle Geometrie, die sich starrer Formen bedient, d. h. solcher, die punktmäßig

---

1) Für nähere Ausführungen muß ich auf die in Vorbereitung befindliche 2. Auflage meiner „Grundlagen der Physik" verweisen.

genau festgelegt sind, gehört in diesem Sinne zur messenden Wissenschaft. Wir nennen also eine Geometrie relativ, wenn sie nur Beziehungen der Grundbegriffe unter sich enthält, reflexiv, wenn auch solche gegen uns.

Man kann also nicht irgendeinen beliebigen starren Körper (etwa den der Riemannschen Geometrie) durch eine rein relative Beziehungslehre eindeutig definieren, denn es gibt da immer unendlich viele Realisierungen, die das leisten. Wohl aber kann man durch eine „nichtrelative" Beziehungslehre (d. h. eine solche, welche genügend reflexive Elemente enthält) unsere Ebene, Gerade und starren Körper in euklidischer Weise eindeutig erhalten. Reflexiv allerdings brauchen nur die beiden ersten verankert zu werden, der letztere kann dann auf Grund derselben, soweit er noch nötig ist (Parallelenaxiom) durch relative Beziehungen bestimmt werden.

Bezeichnen wir den reinen Beziehungsschematismus, der nur Beziehungen der Grundgebilde untereinander enthält, und wie er uns in vollendetster Form in Hilberts System entgegentritt, als „euklidische Geometrie" schlechthin, so werden wir das oben geschilderte, auch reflexive Beziehungen enthaltende geometrische System wohl als „reflexive euklidische Geometrie" unmißverständlich benennen können. Da es sich ja nur um Konstatierung von Unterschieden handelt, so ist diese „reflexive" Geometrie auch so lange „relativ", d. h. für alle Menschen die gleiche, als diese noch gemeinsam

Unterschiede bemerken. Da dies aber die primitivste Gemeinsamkeit überhaupt ist, so ist sie in diesem Sinne stets relativ.

Man versteht nun von hier aus auch die verbreitete Meinung von der Existenz sogenannter „natürlicher starrer Körper". Da jeder Mensch sozusagen von selbst schon die oben genannten Forderungen, welche die reflexive euklidische Geometrie charakterisieren, als Forderungen in sich trägt, und sie unbewußt stets anwendet, so ist es kein Wunder, daß sich ihm Dinge, die diesen Forderungen gehorchen, besonders aufdrängen, z. B. also der zu dieser Geometrie gehörige starre Körper. Diesen hält er dann, da er sich seiner Forderungen nicht bewußt ist, für einen „natürlichen". Aber meine Ausführungen im I. Teil haben bewiesen, daß er um eine Definition des starren Körpers nicht herumkommt, und zwar muß er diese selbst geben, kann sie sich nicht von der Natur geben lassen. Damit erkennen wir dann diese instinktiven Forderungen eben als die als notwendig vorhanden nachgewiesene Definition und es ist nun völlig klar, wie wir eindeutig auf diesem Wege der Definition des starren Körpers durch die reflexive euklidische Geometrie zu unserer eindeutigen euklidischen Geometrie gelangen, die, solange dieser Vorgang instinktiv vor sich geht, durch unbewußte, nachher dann durch bewußte Exhaustion in der Realität durchgeführt wird. Es eröffnet sich mit diesen Überlegungen ein erkenntnistheoretisch überaus wichtiger Gesichtspunkt, unter dem die Grund-

lagen der Geometrie logisch erneut zu durchforschen sind.

Um allen Seiten der vorstehenden Auffassung ihr Recht zu geben und alle Schwierigkeiten des Verständnisses nach Möglichkeit zu beheben, seien noch einige Bemerkungen angefügt, die sich darauf beziehen, was unter unseren Gesichtspunkten zu Fällen zu sagen ist, wie sie in der sogenannten Lorentz-Kontraktion vorliegen.

Dieser Fall liegt vor, wenn wir z. B. annehmen, unser euklidisches mathematisches Raumschema, das wir uns vorstellen können, erleide irgendeine ein-eindeutige Punkttransformation (am einfachsten also eine Kontraktion in irgendeiner bestimmten Richtung). Lassen wir dann die Entfernungsfunktion oder das Linienelement des Raumes die gleiche Transformation erleiden, dann bleiben natürlich alle Entfernungen zwischen zwei Punkten in der früheren Lage gleich der, die sie in der neuen Lage haben, und damit bleiben alle geometrischen Sätze dem Wortlaute nach erhalten, wir haben auch im transformierten Raume die euklidische Geometrie.

Überträgt man nun dieses Vorstellungsschema ins Anschauliche und setzt den Fall, daß unsere ganze Umgebung mit allen Körpern eine derartige Transformation, speziell also Kontraktion erlitte, dann entspricht der Tatsache, daß im Schema auch das Linienelement transformiert wurde, hier die Annahme, daß auch alle Maßinstrumente transformiert, kontrahiert werden.

Der Erfolg ist der, daß alle Messungen das gleiche Resultat geben wie vorher. Wir haben auch im kontrahierten Raume die euklidische Geometrie.

Nun wollen wir diese letztere Vorstellung, die ja selbst noch keinerlei Beziehung zur wirklichen praktischen Messung hat, da sie genau ein solches Denkschema darstellt wie das vorhergehende (mit dem einzigen Unterschied, daß es anschaulich ist), einmal etwas mehr konkretisieren, und fragen, ob, und wenn, wie ein solcher Fall praktisch eintreten könnte und dann aussehen würde auf Grund unserer vorstehenden Überlegungen.

Schon aus dem Bisherigen ist klar, daß eine Deformation dieser Art, also eine Lorentz-Kontraktion nur bemerkt werden kann, wenn mindestens einige Körper da sind, welche nicht deformiert werden, und zwar durch den Vergleich. Aber solange es nur einige Körper mit bestimmten gemeinsamen Eigenschaften oder unter bestimmten Umständen sind, werden wir keinen Grund haben, von unserem bisherigen starren Körper abzugehen. Wie müßten nun Umstände beschaffen sein, die uns zwingen könnten, von unserem starren Körper abzugehen und auszusprechen, daß unsere bisherigen starren Körper alle eine Lorentz-Kontraktion erlitten hätten?

Die richtige Einstellung diesen Dingen gegenüber erhält man nur dann, wenn man bedenkt, daß niemals eine solche Lorentz-Kontraktion von vornherein irgendwie „besteht", sondern daß sie

nur gegebenenfalls von uns als „Erklärungsmittel“ aus irgendeinem Grunde eingeführt werden würde. Um die Frage nach der Möglichkeit eines solchen Falles handelt es sich. Und auch dieser Fall könnte nur dann eintreten, wenn gewisse Körper vorhanden wären, die nicht kontrahiert würden. Eine Annahme nämlich, daß es solche Körper nicht gebe, daß also mit andern Worten alle Körper diese Kontraktion erleiden, würde bedingen, daß sie natürlich niemals empirisch nachweisbar, aber vor allem auch als Erklärungsgrund unseren wissenschaftlichen Prinzipien widerspräche, da sie eine völlig „grundlose“ Veränderung und damit eine Durchbrechung des Prinzips der Kausalität darstellen würde. Ein Grund für eine gemeinsame Veränderung einer Gruppe von Körpern kann nur in einer gemeinsamen Eigenschaft gefunden werden. „Alle“ Körper haben aber keine solche gemeinsame Eigenschaft, denn eine solche würde eine ganz unnötige komplizierende Annahme, die jeder Erforschung der Physik vorausgehen müßte, bedeuten und damit dem Ökonomieprinzip zuwider sein. So kann also eine solche Kontraktion nur einen Sinn haben relativ zu nicht-kontrahierten Körpern.

Daß nun aber z. B. eine Lorentz-Kontraktion für unsere ganze Erde z. B., mit allem was darauf ist, nicht eintreten kann, wir niemals in die Zwangslage versetzt werden können, sie wirklich anzunehmen, dies läßt sich auf folgende Weise hier kurz plausibel machen. Dies würde nämlich bedeuten, daß die betreffende Wirkung

auf alle Arten von Körpern, die wir hier haben, zahlenmäßig genau die gleiche ist. Eine solche Wirkung ist aber innerhalb des Aufbaues der reinen Synthese (siehe meine „Grundlagen der Physik"), und nur von einer Wissenschaft, die nach klaren Prinzipien aufgebaut ist, reden wir hier, deshalb nicht möglich, weil sie dem Prinzip vom zureichenden Grunde widerspräche. Denken wir uns nämlich die betreffende Einwirkung auf einen Körper wirken, dann sind die charakterisierenden Eigenschaften dieses Körpers auch „Ursachen", Bedingungen für die betreffende zustande kommende Erscheinung. Verschiedenen Ursachen müssen aber bei Betrachtung der Gesamterscheinung stets auch verschiedene Wirkungen entsprechen, und so zeigt sich, daß eine so gleiche Wirkung auf alle Körper, wie sie hier verlangt wird, ausgeschlossen sein muß. Es kann für eine größere Gruppe von Körpern die Wirkung innerhalb der momentanen Genauigkeit die gleiche sein. Aber für alle Körper und auf alle Zeiten kann dies niemals der Fall sein. Sind wir doch ebenfalls aus prinzipiellen Gründen in der Lage, hier auf der Erde alle möglichen Körper wenigstens nach und nach synthetisch herzustellen, wenn auch nicht alle uns von Natur schon gegeben sein mögen. Und so würde von hier aus schon eine Lorentz-Kontraktion aller auf der Erde befindlichen Körper eine solche für alle Körper überhaupt bedeuten. Eine solche aber mußten wir oben aus prinzipiellen Gründen als sicher niemals zur Erklärung der Realität in Betracht

kommend und damit in diesem Sinne als unmöglich bezeichnen und nachweisen.

Die Verführung, solche Vorstellungen trotzdem für möglich zu halten, kommt von der unbewußten Verwendung der gewohnten mathematischen Raumschemata. Es ist nichts leichter, als sich in dem vorstellungsmäßigen Raumschema etwa eine sich bewegende Kugel vorzustellen und an dieser irgendeine homogene Kontraktion vorauszusetzen, und schließlich diese Angaben in mathematischer Form festzulegen. Aber diese mathematischen Schematismen sind an sich in völliger Unabhängigkeit von jeder praktischen physikalischen Maßnahme in der Wirklichkeit. Dies geht schon aus ihrer völligen und uneingeschränkten Beliebigkeit hervor. Die praktische Physik (deren wissenschaftstheoretische Betrachtung noch so wenig Anklang findet, trotzdem gerade sie die Lösung vieler jetzt sehr umworbener Geheimnisse birgt) kann nur dann von solchen Schemata als gegeben ausgehen, wenn deren wissenschaftstheoretische Berechtigung genau untersucht und nachgewiesen ist.

Kehren wir jetzt zu dem Ausgangspunkt unserer Überlegungen, zur Lorentz-Kontraktion zurück, so können wir sagen: Es können solche gegebenenfalls nur an einzelnen Körpern auftreten. Dann aber wird sich immer der entsprechende „Grund" dafür ergeben.

Sollte also irgendeine Körperart eine Lorentz-Kontraktion erfahren, dann ist diese durch Vergleich mit der Gesamtheit der übrigen Körperarten als solche feststellbar, wird in ihrer

Ursache auf verschiedene Körperarten meist verschieden wirken und dadurch sich als eine akzessorische Erscheinung zu erkennen geben und als solche erklärt werden müssen. Zu einer Änderung unseres starren Körpers oder einem Zweifel über die weitere Wahl desselben kann ein solcher Fall bei genügender Durcharbeitung also niemals Veranlassung geben.

Eine Überlegung, welche mit dem Vorstehenden einen gewissen Zusammenhang hat, könnte einer oberflächlichen Betrachtungsweise als ein Einwand gegen meine Ausführungen erscheinen. Weil sie mir nun tatsächlich eingewendet wurde, möchte ich sie doch kurz zur Sprache bringen: Man sagt etwa so: Wenn mein Verfahren der Einführung der euklidischen Geometrie durch Exhaustion richtig wäre, dann hätte die Menschheit dieses auch damals anwenden müssen, als sie von der Anschauung der Erdoberfläche als Scheibe zu der einer Kugel überging. Man hätte die „einfachere" Form der Ebene durch Exhaustion festhalten müssen. Dazu ist zu sagen, daß dies in gewissem Sinne natürlich möglich gewesen wäre. Aber es war eben jenen Menschen schon unbewußt wichtiger, die Gesamtrealität in einfachster Weise darzustellen, und darnach ihre Geometrie einzurichten, als irgendeinen Spezialwunsch auf Kosten der Geometrie durchzusetzen. Das hier geforderte Verfahren käme einer empirischen Definition der Ebene gleich insofern als irgendeine starre empirische Fläche als solche definiert wird (hier die Erdoberfläche).

Nun sahen wir ja aber, daß uns die euklidische Geometrie, wenn sie nur entsprechend gefaßt wird, die Grundgebilde völlig eindeutig liefert und definiert. Dann aber kann nur die Frage bestehen, ob die Erdoberfläche in diesem eindeutigen Sinne eine Ebene ist. Dies ist zu prüfen, wenn es nicht schon unmittelbar zu sehen, durch Messung mittels des durch die eindeutige euklidische Geometrie eindeutig festgelegten starren Körpers. Daß sich die Erdoberfläche dabei nicht als Ebene erweist, ist hinreichend bekannt.

## III.

Es ist nun wohl am Platze, noch auf einige Anschauungen über unser Problem einzugehen, wie sie in letzterer Zeit im Drucke zutage getreten sind. Es sind nicht sehr viele Forscher, die bisher zu dieser Frage Stellung genommen haben, da die Erkenntnis von deren grundlegender Bedeutung sich erst langsam in allerletzter Zeit durchzusetzen beginnt.

Hier sei zuerst A. Einsteins Festvortrag vor der Berliner Akademie „Geometrie und Erfahrung“[1]) genannt. Der Titel dieses Vortrages spricht schon aus, daß der Verf. sich gerade unser Problem als Hauptgegenstand seiner Darlegungen denkt.

Einstein beweist durch seine Ausführungen daß er die Wichtigkeit des Problems: „Verhältnis zwischen Geometrie und Erfahrung“

1) Berlin 1921.

(wir wollen es kurz das „Anwendungsproblem" nennen) erkannt hat. Dieses berührt aber nicht nur die Geometrie, es umfaßt vielmehr die ganze Physik.

Einstein sagt (l. c. S. 6): „Die Frage, ob die praktische Geometrie der Welt eine euklidische sei oder nicht, hat einen deutlichen Sinn, und ihre Beantwortung kann nur durch die Erfahrung geliefert werden" (Stelle 1). Er fährt kurz darauf fort (l. c. S. 6): „Dieser geschilderten Auffassung der Geometrie lege ich deshalb besondere Bedeutung bei, weil es mir ohne sie unmöglich gewesen wäre, die Relativitätstheorie aufzustellen" (Stelle 2). Hier hat Einstein erkannt, daß mit der in Stelle 1 angegebenen Auffassung die Relativitätstheorie eng verknüpft ist. Dies bedeutet eine dankenswerte Klärung der Situation.

Die ersten Entdecker der nichteuklidischen Geometrien (Gauß und Lobatschefskij) glaubten, daß man die Entscheidung zwischen den verschiedenen Geometrien durch Messung finden könne. Diese Ansicht erhielt sich bis zum Auftreten Poincarés bei den mathematischen Naturforschern allgemein, und bestand bis vor kurzem trotz Poincaré noch fast uneingeschränkt. Poincaré brachte, wie wir eingangs sahen, zuerst wichtige Gründe dafür bei, daß die Art unserer Geometrie[1]) auf Konvention beruhe. Auf Grund dieser Vorbemerkung darf ich vielleicht

---

1) Poincaré meint nur bis zu einem gewissen Grade.

Einsteins Stellungnahme in seiner Broschüre so charakterisieren:

Einstein bestimmt zunächst Poincarés Meinung dahin, daß zwar die Geometrie der freien Konvention unterliege, daß aber „die Geometrie (*G*) zusammen mit dem Inbegriff (*P*) der physikalischen Gesetze ... der Kontrolle der Erfahrung unterliegt. Es kann also (*G*) willkürlich gewählt werden, ebenso Teile von (*P*); alle diese Gesetze sind Konventionen. Es ist zur Vermeidung von Widersprüchen nur nötig, den Rest von (*P*) so zu wählen, daß (*G*) und das totale (*P*) zusammen der Erfahrung gerecht werden" (l. c. S. 8 = Stelle 3). Daß Poincaré keineswegs die Geometrie als reine Konvention aufgefaßt hat, geht aus seinen im 1. Teile angeführten Äußerungen klar hervor.

Einstein macht nun das bemerkenswerte Zugeständnis: „Sub specie aeterni hat Poincaré mit dieser Auffassung nach meiner Meinung recht" (l. c. S. 8 = Stelle 4). Wie vereinigt nun Einstein diese seine Ansicht mit dem Bilde der gegenwärtigen Physik, wie es sich ihm nach den übrigen Ausführungen seiner Broschüre darstellt? Ich glaube ihn so verstehen zu dürfen: Die eben gekennzeichnete Anschauung stelle sozusagen ein ideales, aber notwendiges Ziel der physikalischen Entwickelung dar („sub specie aeterni"). Zur Zeit aber seien wir noch nicht so weit, sondern sind darauf angewiesen, in der gewohnten Art weiterzumachen. Abgesehen von dem lateinischen Zitat finde ich diese Auffassung in dem Satze: „Aber es ist meine

Überzeugung, daß diese Begriffe beim heutigen Entwicklungsstadium der theoretischen Physik noch als selbständige Begriffe herangezogen werden müssen [nämlich starrer Körper und Uhr]; denn wir sind noch weit von einer so gesicherten Kenntnis der theoretischen Grundlagen entfernt, daß wir exakte theoretische Konstruktionen jener Gebilde geben könnten" (l. c. S. 8 = Stelle 5).

Damit haben wir, wie ich glaube, eine Übersicht über die in unserer Broschüre niedergelegte Meinung Einsteins in ihren Grundlinien gewonnen.

Die Frage nach der Natur unseres Raumes kann auch gefaßt werden als die Frage nach der Natur, der Art des starren Körpers. An dieser letzteren Frage also müssen praktisch die Entscheidungen fallen. Einstein geht daher auch l. c. auf diese Frage nach dem starren Körper ein. Er fragt (S. 7): „Warum wird nun von Poincaré und anderen Forschern die naheliegende Äquivalenz des praktisch starren Körpers der Erfahrung und des Körpers der Geometrie abgelehnt?" (Stelle 6). Und er antwortet darauf: „Einfach deshalb, weil die wirklichen festen Körper der Natur bei genauerer Betrachtung nicht starr sind" (l. c. S. 7 = Stelle 7). Wir sahen oben, daß die universelle Tatsache, daß wir ideale Forderungen nicht mit absoluter Genauigkeit realisieren können, in dieser Form den Kern der vorliegenden Probleme noch nicht trifft.

Einstein gibt seine fundamentale Stand-

punktsänderung in unserer Broschüre direkt als eine solche zu, die ihm erst nach Aufstellung seiner Relativitätstheorien, also mindestens nach 1916 gekommen sei[1]). Dies zeigt unmittelbar ein Vergleich der oben angeführten Stellen 1, 2 und 4. In (1) und (2) sagt er, daß er nie die Relativitätstheorie aufgestellt hätte, wenn er nicht der Ansicht gewesen wäre, daß die Entscheidung über die Art unserer Geometrie „nur" durch die Erfahrung geliefert werde. In (4) aber sagt er, daß er meine, daß Poincaré recht habe (nämlich darin, daß die Geometrie willkürlich gewählt werden kann), was aber Poincaré gar nicht in vollem Umfange behauptet.

Es ist nun an sich in unserem Gebiete recht prekär, sich mit reinen Autoritätsurteilen allzuviel zu befassen. In den exakten Wissenschaften kann schließlich auch das Urteil eines Poincaré nicht letztlich ausschlaggebend sein, wenn er nicht positive und durchschlagende Gründe dafür beibringt. Nun versucht das Poincaré durchaus, wenn auch nicht mit vollem Erfolg. Aus dem gleichen Grunde ist es zu bedauern, daß Einstein nicht stichhaltige Gründe und Beweise für seine Auffassung beibringt. Er legt in

---

1) Die Poincaréschen Darlegungen sind seit der v. Lindemannschen Übersetzung von „Wissenschaft und Hypothese" 1904 in deutscher Sprache zugänglich und sind bei dem Aufsehen, das sie erregten, sicher seit dieser Zeit dem Begründer der Relativitätstheorie bekannt. Sie haben aber augenscheinlich erst jetzt diesen Umschwung bei ihm bewirkt.

leider recht kurzen und nicht einmal sehr durchsichtigen Worten eine persönliche Auffassung vor, die einigen bekannten Erscheinungen Rechnung zu tragen versucht, die aber als solche, wenn sie stichhaltig wäre, äußerst merkwürdig und auffallend genannt werden müßte, — ohne eine nähere zureichende Begründung.

Werfen wir noch einen kurzen kritischen Blick auf seine Hypothese, daß $(G)$ für sich willkürlich sei, daß aber $(G) + (P)$ der Kontrolle der Erfahrung unterliege. Ich will nicht dabei verweilen, daß der Begriff $(P)$ einem bei näherem Zusehen, so wie er hier verwendet wird, als etwas unsicher erscheint. Wenn Einstein davon spricht, daß etwas der „Kontrolle der Erfahrung" unterliege, so meint er doch wohl messende Erfahrung. Womit aber wird hier bei ihm gemessen? Da $(G)$ der Konvention unterliegen soll, so denken wir uns irgendein solches gewählt, etwa unsere euklidische Geometrie. Damit wird also, wie wir vorhin sahen, ein solcher Körper als starrer Körper definiert, der den Gesetzen dieser Geometrie gehorcht. Das ist dann ein ganz eindeutig für jeden Grad der Genauigkeit bestimmtes Verhalten. Mit diesem starren Körper messe ich hierauf die übrigen physikalischen Erscheinungen. Diese sind dann aber ebenfalls ganz eindeutig zahlenmäßig bestimmt. Nun wird natürlich irgendeine Gruppe von so entstehenden Messungen zu einer Hypothese, einer Theorie Veranlassung geben. Dann kann man diese Hypothese oder Theorie wie gewöhnlich an der Erfahrung prüfen. Nur in

dem einen Falle kann man sie nicht an der Erfahrung prüfen, wenn diese Theorie zugleich etwas darüber aussagt, welcher starre Körper den Messungen zugrunde gelegt werden soll. Dies wäre das gleiche, als ob ich durch die Erfahrung an einem Baume „prüfen" wollte, ob es richtig war, dessen Höhe in Metern gemessen zu haben, oder ob es richtiger gewesen wäre, sie durch Fuß zu messen. Ich kann die Hypothese aufstellen, daß ein Baum 10 m hoch ist, und kann das mittels des Metermaßes nachmessen, die Theorie bestätigt oder widerlegt finden. Aber niemals kann meine Messung mir sagen, ob die Maßeinheit selbst „richtig" war. Dies ist sinnlos. Gerade von diesem Ausnahmefall, daß mit der Theorie zugleich der starre Körper (d. h. die Geometrie) „geprüft" werden soll, sagt Einstein, daß er der empirischen Prüfung zugänglich sei.

Es bliebe also nur übrig anzunehmen, daß Einstein meint, daß die Messungen ohne vorherige Festlegung eines starren Körpers erfolgen sollten. Aber wie dann Messungen überhaupt zustande kommen sollen, dies müßte noch angegeben werden.

Eine weitere wichtige Lücke in Einsteins Darlegungen besteht in Folgendem: Einstein redet von den „praktisch starren Körpern" (Stelle 6), den „wirklich festen Körpern der Natur" (Stelle 7). Was aber dies für Dinge sind, sagt er nicht. Wo findet man sie, wie unterscheiden sie sich von anderen Körpern, kurz, welches ist ihre Definition? Eben um

die Frage, ob es solche uns unabhängig von unserem Willen gegebene starre Körper gibt, handelt es sich ja. Ich habe zu beweisen versucht, daß es sie nicht gibt. Einstein spricht von ihnen, ohne irgendwie ihre Existenz untersucht zu haben.

Leider haben bisher nur sehr wenige Vertreter des Relativismus sich mit den hier behandelten Fragen beschäftigt, trotzdem hier gerade der Angelpunkt liegt, an dem sich die Existenzmöglichkeit der Relativitätstheorie entscheidet. Nur der Begründer dieser Theorie selbst hat, wie wir sahen, seine persönliche Meinung formuliert. Auch die führenden philosophischen Köpfe des Relativismus haben diese Probleme nicht eigentlich behandelt[1]).

1) Neuerdings besteht eine kleine Ausnahme. M. Schlick, einer der philosophischen Verteidiger der Relativitätstheorie hat in einer kurzen Rezension über eines meiner Bücher, das sich mit diesen Fragen beschäftigt („Physik und Hypothese") in der Zeitschrift „Die Naturwissenschaften" (9, 778, 1921) sich zu diesen von mir behandelten Problemen geäußert. Da dies eine der wenigen Stellen ist, wo ein relativistischer Philosoph (es gibt deren nicht allzu viele) sich mit diesen entscheidenden Fragen befaßt, ist es vielleicht angebracht, mich etwas näher damit zu beschäftigen. Schlick versucht nach einer kurzen captatio malevolentiae den Grundgedanken meiner Ausführungen folgendermaßen kurz zu formulieren: „Da die euklidische die einfachste der denkbaren Geometrien, der starre Körper das einfachste Naturgebilde und das Newtonsche Gravitationsgesetz das einfachste Naturgesetz ist, so sind diese drei als ‚Konstitutionshypothesen' der gesamten Physik zugrunde zu legen". Wie wir wissen, ist der Begriff des starren Körpers mit dem der „Geometrie des Raumes" in seiner Bedeutung für den Aufbau der Gesamtphysik völlig identisch. Ferner sahen wir, daß es

„natürliche starre Körper" als unabhängig von uns vorgegebene starre Körper nicht gibt. Gerade dieses wird in der genannten Schrift von mir ausführlich behandelt. Wenn nun Schlick hier die Geometrie und den starren Körper in der vorstehenden Weise gesondert aufführt, dann sind nur zwei Fälle möglich. Entweder er kennt die Beziehung zwischen Geometrie und starrem Körper nicht (die ich bei einem physikalisch vorgebildeten Publikum natürlich voraussetzen mußte) oder, er hat überhaupt nicht verstanden, um was es sich in meinem Buche handelt. Schlick behauptet dann weiter, daß „natürlich" die wahre wissenschaftliche Methode „nicht diejenigen Grundannahmen als die ‚einfachsten' wählt, die sich auf den ersten Blick als solche zu empfehlen scheinen, sondern vielmehr diejenigen, welche bei ihrer Durchführung das einheitliche physikalische Weltbild liefern". Schlick bewährt sich hier als Dogmatiker. Eine wissenschaftliche Begründung seiner recht auf der Oberfläche liegenden Behauptungen erspart er sich vollkommen. Er bemerkt nicht, daß es gerade darauf ankommt, was man unter dem an sich ganz verschwommenen Begriff „einheitlich" versteht, den zu definieren er wohlweislich unterläßt. Er ersetzt diese Begründung durch das Wort „natürlich". Schlick versucht dann, einiges von dem, was ich dort zur Relativitätstheorie gesagt habe, zu entkräften. Da es sich um Dinge handelt, die ebenfalls hierher gehören, sei noch kurz darauf eingegangen. Es passieren da Schlick noch einige ähnliche Versehen, wie die vorstehend genannten. Ich hatte an einer Stelle die Lichtsignale mit Schallsignalen in Vergleich gebracht. Schlick sagt nun, ich hätte mich hierdurch darüber hinweggesetzt, „daß der Vergleich hinfällig gemacht wird durch das Scheitern aller Versuche, die Existenz und Bewegung eines Trägers der Lichtwellen (einen ‚Ätherwind') nachzuweisen". Nun hängen meine Überlegungen gar nicht an dem Ätherwind, den ich nur als eine Illustration meines Nachweises kurz verwendet habe, um zu zeigen, daß die Definition der Gleichzeitigkeit, wie sie Einstein mittels des Lichtes vornimmt, alle Irregularitäten an der Bewegung des Lichtes wegeskamotiert. Solche Irregularitäten brauchen gar nicht gerade durch einen Ätherwind hervorgerufen su sein. Es wäre also richtiger gewesen, wenn Schlick, statt sich an ein illustrierendes Beispiel zu klammern, das Prinzipielle

In seiner Broschüre „Raum und Zeit in der gegenwärtigen Physik“ (Berlin 1917), die eine verdienstliche Rolle der Klärung in der Entwickelung der philosophischen Fundierung der Relativitätstheorie gespielt hat, geht Schlick von einer für ihn absolut feststehenden Auffassung der Aufgabe und des Wesens der physi-

---

angegriffen hätte. Davor hat er sich aber wohl gehütet. Schlick wirft mir ferner vor (um nur noch einen Punkt herauszugreifen), daß ich wiederholt behauptet habe, „daß in der speziellen (Relativitäts-)Theorie die Annahme der Einsteinschen Definition der Gleichzeitigkeit mit der Einführung einer nichteuklidischen Geometrie gleichbedeutend sei“. Stellt man sich einmal für den Moment auf den empiristischen Standpunkt (auf dem Schlick steht), dann kann man mit einigem recht guten Willen zugeben, daß dies nicht der Fall ist. Von dem Standpunkt aus aber, von dem ich konsequent das ganze Buch geschrieben habe, vom Standpunkte der Exhaustion aus, ist jede Geometrie, welche an empirische Verhältnisse anknüpft, eine nichteuklidische, da sie immer nur bestenfalls eine empirische Annäherung an die euklidische darstellen kann, und mit jeder folgenden neuen Dezimalstelle, die ja vorerst unsicher ist, in eine aktuelle nichteuklidische umzuschlagen vermag, während die euklidische für jede beliebige Dezimalstelle bestimmt sein muß. Nun hat aber der Rezensent die elementare Pflicht, die Sätze im Sinne des Autors aufzufassen und nicht in irgendeinem andern. Es würde zu weit führen, alle Sätze dieser Rezension ebenso zu zergliedern. Das Vorstehende stellt schon einen großen Teil der an sich kurzen Besprechung dar. Es ist nun bemerkenswert, daß Schlick sich in der ganzen Besprechung nur an sekundäre, für meinen Standpunkt nebensächliche Punkte hält. Auf das Prinzipielle geht er nicht ein, offenbar vermag er nichts wirklich durchschlagendes dagegen vorzubringen. Ich gehe wohl nicht irre, wenn ich einem gewissen Gefühl dieses Unvermögens den etwas nervösen Ton der Rezension, auf dessen Einzelheiten ich nicht näher eingehe, zuschreibe.

kalischen Forschung aus. Er sagt z. B. (S. 17): daß „die Erfahrung uns nur dadurch zur Wahl einer bestimmten Geometrie führt, daß sie uns zeigt, auf welche Weise das Verhalten der Körper am einfachsten formuliert werden kann" (ähnlich noch an mehreren Orten). „Es gibt keinen logischen Zwang, die Relativitätstheorie als die einzig richtige der Absoluttheorie gegenüberzustellen oder die euklidischen Maßbestimmungen für schlechthin falsch oder schlechthin richtig zu erklären — sondern es läßt sich immer nur zeigen, daß bei diesen Alternativen die eine Anschauung einfacher ist als die andere, zu einem geschlosseneren, befriedigenderen Weltbild führt". Schlick meint hier immer die „außenbestimmte Einfachstheit". Daß diese Theorie, von der er ausgeht, selbst wieder einer Begründung bedürftig wäre, bleibt völlig außer Betracht. Aus ihr leitet Schlick dann alles weitere ab. Diese Theorie wird behandelt, als ob es andere Möglichkeiten gar nicht gäbe, während wir doch im I. Teil die Theorie der innenbestimmten Einfachstheit kennen lernten, die zum mindesten als rein formale Möglichkeit zu behandeln gewesen wäre. So entbehren die Schlickschen Ausführungen, so konsequent sie in sich sein mögen, gerade ihrer ersten Begründung, und können daher nicht als stringent angesehen werden.

In Schlicks manche scharfsinnige Gedankengänge enthaltendem Werke „Allgemeine Erkenntnistheorie" (Berlin 1918) macht sich leider der gleiche Fehler geltend. Er setzt dort eine durch

Messung rein objektiv und absolut erfaßbare Realität überall schon voraus.

Schlick ist in diesem Werke fast ganz auf die Möglichkeit der Trennung von logischem Schematismus und Realität eingestellt, eine Erkenntnis, die in der Mathematik seit Plücker und Klein eine grundlegende Rolle spielt, und die im Hinblick auf die Anwendung seit 1905 von Wellstein und gleichzeitig und später von mir immer wieder behandelt wurde. Und eben dieser Realität nun schreibt Schlick ohne weiteres die obige Eigenschaft zu (nämlich objektiv durch Messung ohne weiteres erfaßbar zu sein), bzw. setzt sie bei ihr voraus. Er wird sich dabei offenbar nicht bewußt, daß die Frage, ob der Realität diese Eigenschaft zukommt, gerade den Kern der ganzen Erkenntnistheorie ausmacht, die er doch in seinem Buche behandeln will. Dies zeigt sich schon bei seinem Wahrheitskriterium. Er sagt „ein Urteil, das einen Tatbestand eindeutig bezeichnet, heißt wahr“ (S. 56). Ob es solche „Tatbestände“ überhaupt gibt, wo es sie gibt, in welcher Art es sie gibt, daß ist für Schlicks Erkenntnistheorie gar kein Problem, während diese Fragen doch das Grundproblem der Erkenntnistheorie bilden. Schon auf den ersten Seiten des Werkes erklärt er, daß Erkennen = Wiederkennen sei (z. B. das Wiederkennen der Charakteristika der Wellenbewegung im Vorgange des Lichtes etwa); dies aber setzt voraus, daß die ganze Realität in einer objektiv, ohne jedes Zutun unsererseits gegebenen „Form“ uns gegeben sei, die wir

nur festzustellen haben. Dieselbe Voraussetzung liegt seinem Wahrheitsbegriff zugrunde. Denn wenn die Wahrheit in der eindeutigen Bezeichnung besteht, dann muß das zu Bezeichnende selbst in einer Form vorliegen, die eine eindeutige Bezeichnung in seinem Sinn möglich macht, es muß selbst in diesem Sinne eine völlig bestimmte „Form" haben, uns zu einer einzigen völlig eindeutigen Auffassung zwingen. Das ist immer und überall wieder die gleiche Voraussetzung, die wir schon bei Schlicks obengenannter Broschüre fanden, und die er seiner Lehre, daß der Physiker nur „Koinzidenzen" feststellen könne, zugrunde legt.

Eben um die Frage, ob diese Voraussetzung erlaubt ist oder nicht, dreht sich ja die ganze Erkenntnistheorie. Schlick aber setzt die Antwort ohne jede Untersuchung am ersten Anfange seiner „Erkenntnistheorie" schon voraus und legt sie allen seinen Überlegungen zugrunde. Sein Buch ist also bestenfalls der 2. Band einer Erkenntnistheorie, zu welcher der 1. Band noch fehlt.

Ich habe in Teil I das Prinzip der Koinzidenzen schon hinreichend besprochen und die ganze vorliegende Schrift ist ein Beweis, nicht nur, daß das, was Schlick einfach voraussetzt, einer Untersuchung, einer genauen kritischen Würdigung bedürftig wäre, sondern auch dafür, daß diese Voraussetzung überhaupt unhaltbar ist. Es ist daher verständlich, wenn auch dieses Werk zur Behandlung unseres Problems nichts Eigentliches beitragen kann.

An den Stellen, wo er genauer auf den starren Körper auf den Zusammenhang zwischen Geometrie und Erfahrung eingehen muß (S. 223 und 299) verweist er auf seine Broschüre, von der wir oben sahen, daß sie keine wirkliche Entscheidung zu liefern vermag. Ich kann hier auf weitere Details nicht eingehen, doch dürfte das Gesagte genügen, um zu zeigen, daß die (in anderer Hinsicht sehr verdienstlichen) Schriften Schlicks nicht geeignet sind, meine Lösung des Problems der Geometrie unseres Raumes irgendwie zu erschüttern oder gar selbst eine richtigere zu liefern.

In einem Aufsatze in Phys. Zeitschr. **22**, 382, 1921[1]) gibt H. Reichenbach an, er habe in seiner Schrift „Relativitätstheorie und Erkenntnis a priori" (Berlin 1920, S. 62) nachgewiesen, daß meine Überlegungen über die Rolle des starren Körpers in der praktischen Physik fehlerhaft sei. Es sagt, ich gäbe für die Unrichtigkeit der Alternative: — daß man entweder die Physik abändern müsse um die euklidische Geometrie aufrecht zu erhalten oder aber darauf verzichten müsse, daß die natürlichen starren Körper die Kongruenzaxiome der Theorie erfüllen — folgenden Beweis: „Um zu beweisen, daß die euklidische Geometrie, angewandt auf die natürlichen starren Körper, falsch sei, muß ich die euklidische Geometrie selbst wieder in

---

1) „Erwiderung auf H. Dinglers Kritik an der Relativitätstheorie". (Ich werde an anderer Stelle noch ausführlich auf diesen Aufsatz zurückkommen.)

allen meinen empirischen Messungen voraussetzen".

Daß Reichenbach mich doch wohl nicht ganz verstanden hat, geht aus der kurz darauf folgenden Bemerkung hervor, daß dieser „Beweis" nichts anderes sei als die Schlußweise der Kantschen Aprioritätsphilosophie. Dies läßt sich mit wenigen Worten klarstellen. Für Kant liegt der Rechtsgrund für die Geltung der euklidischen Geometrie in der sogenannten transzendentalen Idealität des Raumes, wobei die Axiome aus der „reinen Anschauung" entnommen werden. Von einer Begründung der Geometrie durch das Verfahren, mit dem unsere Messungen vollzogen werden, ist bei Kant auch nicht eine Andeutung. Dies würde auch seiner ganzen Anschauung völlig widersprechen.

Betrachtet man nun, um klar zu sehen, die angebliche Widerlegung meiner Darlegungen l. c., so findet man folgendes: Reichenbach schildert zunächst das allgemeine Forschungsverfahren des Physikers, wie es sich bei allen aktuellen Problemen aus dem Zusammenwirken von Experiment und Theorie darstellt.

Er geht dann weiterhin dazu über, zu zeigen, daß unter Anwendung des gleichen Verfahrens man eine Beobachtungsreihe zum Boyle-Mariotteschen Gesetz nicht durch die Formel $p \cdot V^2 = \text{const}$ darstellen kann. Dies wird nun niemand wundernehmen, denn wenn das möglich wäre, dann wäre unsere ganze Physik in allen ihren einzelnen Aussagen völlig unsicher, was sie doch offenbar in diesen nicht ist.

Nun ist das aber auch in keiner Weise eine Folge meiner Aufstellungen, obwohl Reichenbach glaubt, mich dadurch widerlegt zu haben. In der Tat liegen die Dinge so, daß, wie ich a. a. O. gezeigt habe (Physik und Hypothese) und hier nicht wiederholen kann, die Geometrie als die Grundlage aller Messung keineswegs ebenso behandelt werden kann, wie irgendeine spezielle physikalische Untersuchung, bei der ich unter Verwendung gegebener Meßapparate (und damit schon unter Verwendung der in diesen Apparaten gegebenen innerhalb der Genauigkeitsgrenzen bestehenden Definition des starren Körpers und damit einer ebenso praktisch festgelegten Geometrie) Messungen ausführe. Das ist etwas prinzipiell Verschiedenes von dem Falle, wo ich diese Geometrie selbst erst feststellen will. Also kann meine Überlegung über die Geometrie niemals durch Betrachtungen über das messende Verfahren bei Bearbeitung physikalischer Detailprobleme, z. B. durch eine Betrachtung über das Mariottesche Gesetz widerlegt werden. Denn diese setzen alle eine praktische Geometrie bereits voraus.

So muß also auch der Versuch Reichenbachs scheitern, meinen diesbezüglichen Gedankengang in ein logisches Schema zu fassen. Denn es handelt sich, wo ich bei der Widerlegung der Möglichkeit einer experimentellen Untersuchung mittels unserer gewöhnlichen Meßapparate einen Zirkel nachweise, niemals um einen logischen Zirkel„schluß", sondern in erster Linie um den Nachweis, daß dabei gewisse

„praktische Tatsachen“ schon benutzt werden, eben die zu der Herstellung dieser Apparate führenden Handlungen unsererseits, welche eben implizit über das, was ein starrer Körper sein soll, schon eine Wahl und Entscheidung treffen, die dann sinnvoll nicht nachher auf Grund dieser Apparate noch einmal getroffen werden kann.

So dürfte die an sich für die Diskussion der vorliegenden Probleme dankenswerte Untersuchung dieses Forschers den Effekt, meine Aufstellungen zu widerlegen, nicht haben können.

Die einzige Darstellung der Relativitätstheorie, welche sich bemüht auch den grundlegenden Fragen etwas mehr Rechnung zu tragen, ist die als Darstellung dieser Theorie ausgezeichnete Arbeit von Max Born „Die Relativitätstheorie Einsteins“ (Berlin, 2. Aufl. 1921). In diesem Werke kommt Born auch kurz auf die hier behandelten Probleme zu sprechen. Jedoch wendet er sich gerade im entscheidenden Momente (2. Aufl., S. 236), wo eine nähere Untersuchung des Begriffs „starrer Körper“ und der Möglichkeit von „natürlichen starren Körpern“, bzw. deren von uns unabhängiger empirischer Definition und Gegebenheit wünschenswert wäre, dem „Prinzip der Koinzidenzen“ zu, dessen gefährliche Natur wir im 1. Teil dieser Schrift dargelegt haben.

In neuester Zeit ist eine Arbeit an die Öffentlichkeit getreten, die sich in bemerkenswerter Weise mit unseren Problemen beschäftigt. Ich

meine die Dissertation von Rudolf Carnap, die als Heft 56 der Ergänzungshefte der Kantstudien unter dem Titel „Der Raum. Ein Beitrag zur Wissenschaftslehre“ (Berlin 1922) erschienen ist.

Diese beachtenswerte Studie, welche in vorbildlicher Weise sich bemüht, die einschlägige Literatur in möglichst vollständiger Weise zu berücksichtigen, nimmt in einigen Punkten eine von der vorstehend dargelegten abweichende Stellung ein, und zwingt mich daher, mich mit ihr auseinanderzusetzen. Es ist nicht eine spezielle Auseinandersetzung zwischen mir und dem Autor, was ich im Folgenden zu geben versuche, sondern eine Anreihung einiger auch allgemein wohl interessanter Betrachtungen an die Carnapschen Untersuchungen.

Gehen wir den Gedankengängen des Verfassers nach, dann erkennen wir folgendes (ich halte mich an das hier Wesentliche): Er nimmt an, daß die topologischen Zusammenhangsverhältnisse des Raumes uns empirisch „vollkommen eindeutig“ (S. 66) gegeben seien. Dann versucht er nachzuweisen, daß hierzu lediglich noch eine „Maßsetzung“ hinzukommen muß, um eine völlige eindeutige Maßgeometrie des ganzen Raumes zu haben. Unter dieser Maßsetzung versteht er die Maßnahme, daß wir auf irgendeinem empirischen Körper irgend zwei nie zusammenfallende Punkte fest markieren, und deren Abstand als „starr“ festsetzen, definieren. Unsere gewohnte empirische Maßsetzung geschehe durch das Urmeter in Sèvres, auf dem

zwei fest markierte Punkte unsere starre Strecke definierten.

Hierzu ist nun folgendes zu sagen. Daß die topologischen Verhältnisse unseres Raumes uns vor jeder Messung eindeutig gegeben seien, dies beweist der Verfasser nicht näher, offenbar erscheint es ihm selbstverständlich. Diese Behauptung läßt sich aber bei näherem Zusehen nicht halten. Der Verfasser dürfte hier, wie das heute so vielen geht, sich durch eine unbewußte mathematische Schemavorstellung haben leiten lassen, statt die realen Forschungsvorgänge näher in Betracht zu ziehen. Die uns aus der Mathematik so geläufigen (und dort so notwendigen) Schematismen sind nun in unserem Überlegungsgebiet insofern eine Gefahr, als sie gerne versuchen, sich unvermerkt an Stelle der zu betrachtenden Realitäten einzuschleichen. Sie täuschen dann leicht dem Betrachter ein bis in seine letzten Einzelheiten festliegendes Gebäude als seiend vor. Ein interessantes Beispiel dieser Art scheint mir das gerade vorliegende zu sein.

Konkretisieren wir nämlich den etwas sehr abstrakten (was schon etwas stutzig machen könnte) Begriff der topologischen Verhältnisse der Gesamtwelt ein wenig, und fragen, inwieweit diese vorliegen, dann ist zu sagen, daß zwar im grobsinnlichen Gebiet wir Unterschiede der Dinge und damit gewisse Grenzen in einem gewissen Bereiche direkt wahrnehmen (dies ist ja die Definition der grobsinnlichen Wahrnehmung), daß aber dies sofort anders

wird, wenn wir unter diese Grenze gehen, jenseits welcher ja die momentanen experimentellen physikalischen Untersuchungen fast alle liegen. Dort nämlich sind auch die einfachen Grenzen zwischen den Erscheinungen, schon rein phänomenologisch nur mit „Apparaten" meßbar, und diese Apparate hängen völlig ab von dem, was wir als Geometrie definiert haben. Irgendeine Erscheinung nämlich an meinem Apparat, die ich einmal als Anzeichen einer Grenze interpretiere, könnte, wenn ich irgendeinen anderen Körper als „starr" definiere, einfach eine Eigenschaft meiner Geometrie, meines starren Körpers sein. Damit zeigt sich, daß auch die topologischen Verhältnisse, zum mindesten, sobald sie unterhalb der direkten Sinneswahrnehmung liegen, etwas sind, das erst aus unserer Interpretation und speziell sogar aus unserer maßgeometrischen Interpretation erwächst. Es bebesteht also in der praktischen Forschung, die es nicht mit einem fertigen Schema wie dem topologischen Raum zu tun hat, sondern die ein allmähliches Herausentwickeln immer feinerer Unterschiede und Vorgänge in der Realität darstellt, die Tatsache, daß auch über die nur topologischen Verhältnisse jenseits der Sinneswahrnehmung erst durch die Wahl eines starren Körpers entschieden wird. (Starrer Körper hier natürlich nicht im Sinne eines Einzelkörpers, sondern im Sinne einer Maßgeometrie, wie es der Exhaustionsauffassung entspricht.) Damit aber fällt diese Grundannahme Carnaps. An sich ist in der Realität meist ein Punkt quali-

tativ von seinen Nachbarpunkten verschieden, so daß es ganz in unserer Wahl liegt, welche Verschiedenheiten wir zum Grenzenziehen benutzen wollen. Es handelt sich ja in der Wissenschaft weniger darum, überhaupt alle Grenzen zu ziehen, als darum, welche und in welcher Reihenfolge. Dies beides aber ist nicht vorgeschrieben. Würden die Grenzen durch experimentelle Untersuchungen gezogen werden, so käme hier noch dazu, daß dies nicht ohne kausale und sonstige Substruktionen möglich ist, und diese sind auch nicht vorgeschrieben.

Daß nun das Urmeter in Sèvres nicht die Definition des starren Körpers liefert, habe ich schon im Vorstehenden ausführlich gezeigt. Es ist ja schon zur Festlegung der willkürlichen Maßeinheit ein solcher Gegenstand wie das Urmeter nötig, aber es ist damit nicht gesagt, daß dieser auch die Funktion habe, den starren Körper (oder wenigstens die starre Strecke) selbst zu definieren. Daß es nicht der Fall ist, sahen wir. Es ist ganz klar, daß Carnap mit seiner Theorie nicht erklären kann, warum man gerade auf dieses Urmeter verfallen sei. Er muß zu diesem Zwecke annehmen, daß es möglich sei, die Wärmeausdehnung und andere gestaltverändernde Wirkungen rein empirisch zu messen, ohne etwas über den starren Körper vorausgesetzt zu haben. Ich habe wie schon früher, so oben wieder gezeigt, daß dies unmöglich ist. Leider setzt sich Carnap mit dieser Seite der Sache überhaupt nicht auseinander, und gibt keine eigentliche Kritik der Wärme- usw.

Messung, die er doch wesentlich voraussetzt. Sein Verfahren dabei ist dieses (S. 35, 36), daß er sagt, man könne zwar ebensogut annehmen, daß die übrigen Längen sich verkürzt hätten gegenüber der des erwärmten Stabes, aber es sei einfacher zu sagen, der letztere habe sich verlängert. Diese methodologisch an sich schöne und richtige Betrachtungsweise setzt aber das hier Wesentliche, nämlich die Konstatierung der Verlängerung, bzw. deren rein empirische Möglichkeit schon voraus. In dieser liegen aber, wie wir sahen, gerade die Schwierigkeiten (schon einmal insofern, um nur eines anzuführen, als hier Kausalzuordnungen nötig sind[1]).

Daß man bei der Aufstellung des Urmeters überhaupt auf die Wärme und andere „gestaltändernde" Faktoren Rücksicht nimmt, erklärt Carnap daraus (S. 35), daß dadurch die Naturgesetze eine sehr viel einfachere Gestalt bekämen. Was nun hier unter „einfach" zu verstehen sei, ist nicht erklärt, und wird vom Verf. direkt als „instinktmäßig" bezeichnet. Alle diese Dinge sind aber zu völliger Klarheit erhoben und allem Instinktmäßigen entrückt, wenn wir die Anschauung der Exhaustion anwenden, wie ich das a. a. O. ausführlich gezeigt habe.

---

1) An anderer Stelle (S. 34 o.) wird zwar einmal davon gesprochen, daß die Länge des Urmeters zu $100 \cdot f(T, \varphi, \lambda, h; \ldots)$ „festgesetzt" werde. Ob sich dieses Wort auch auf die Funktion $f$ beziehe, ist hier (leider ist die Herkunft dieser Funktion nur sehr kurz und indirekt behandelt) nicht genau erkennbar, nach dem Weiteren scheint es nicht der Fall zu sein.

Leider aber hat sich der Verf. den Zugang zu dieser Anschauung und der damit untrennbar zusammenhängenden „Genauigkeitstheorie" wie ich sie vertrete, von Anfang an verbaut, indem er (S. 32) sogleich darauf verzichtet, auf die Genauigkeitsverhältnisse einzugehen, die hier gerade den Kern der Sache enthalten.

Mit den eben geschilderten Darlegungen glaubt der Verf. zu dem Schlusse berechtigt zu sein, daß damit (S. 45) der Einwand widerlegt sei, daß die empirische Feststellung der Geometrie einen Zirkel enthalte. (Verf. sagt einen „Zirkelschluß". Von mir wenigstens ist immer darauf hingewiesen worden, daß es sich nicht um logische Voraussetzungen handelt, die bei diesem Nachweis unbewußt benutzt werden, sondern um praktische. Es handelt sich also in erster Linie um einen solchen „praktischen Zirkel", indem Gegenstände (Apparate), die selbst erst durch den starren Körper definiert und hergestellt werden müssen, zur empirischen Erforschung desselben verwendet werden.) Da aber Carnap gerade den Hauptpunkt, nämlich die empirische Feststellung der gestaltändernden Einflüsse nicht näher behandelt, so ist sein Nachweis sicher gegen meine Aufstellungen unwirksam. (Schon in der einfachen Aussage: „Die experimentelle Feststellung des Körpers von unveränderter Gestalt (= starren Körpers) erfolgt durch die experimentelle Feststellung aller gestaltändernden Einflüsse" müßte doch die Tautologie und damit der logische Grund

für den besprochenen Zirkel fast unmittelbar ersichtlich sein.) Übrigens sahen wir ja, daß Carnaps Voraussetzung der empirischen Gegebenheit der topologischen Verhältnisse der Realität und deren Zugrundelegung zu einer Geometrie selbst schon einen solchen Zirkel enthält.

Daß es theoretisch möglich ist, irgendeinen empirischen Körper als starr zu definieren (bzw. Punktabstände auf ihm), was Carnap übrigens in unübertroffen klarer und anschaulicher Weise ausführt, ist ohne weiteres zuzugeben. Auch liegt dann in der experimentellen Feststellung der dadurch definierten Geometrie kein Zirkel. Aber die wahren Verhältnisse sind doch etwas problemreicher. Nicht darum handelt es sich jetzt mehr, daß man „an sich" jeden beliebigen Körper zum starren ernennen könnte, sondern darum handelt es sich, warum wir seit Erdgedenken bei unserer freien Wahl immer gerade an solche geraten, die die euklidische Geometrie mit jeder Feinheit liefern, und um die Frage, ob dies immer so weitergehen muß, oder ob sich das eines Tages ändern könnte. Ich konnte zeigen, daß das Verfahren der Bestimmung des starren Körpers tatsächlich ein anderes ist, rein praktisch, als Carnap meint. Auch zeigt sich, daß das Urmeter in Sèvres so sehr nicht der Urtyp des starren Körpers ist, daß es vielmehr immer wieder nach den Resultaten der mit ferneren starren Körpern vorgenommenen Messungen korrigiert wird. Allerdings sagt Carnap (S. 83, Anm. zu S. 46ff.), die Wahl

der Raumart sei das in der Physik bisher allgemein übliche Verfahren, und ich freue mich, daß er dieses von mir immer wieder betonte Faktum anerkennt. Nur ist, wie mir scheint, das, was ich eigentlich behauptete und mehrfach in meinen Schriften bewiesen zu haben glaube etwas anderes, als was Carnap darunter versteht[1]). In einem trefflich durchgeführten Beispiel behandelt er u. a. die Tatsache, daß man z. B. die Erdoberfläche durch geeignete Maßbestimmung als euklidische Ebene traktieren könne. So kann man also das Carnapsche Resultat in der Weise vielleicht aussprechen, daß es durch eine ein-eindeutige Punkttransformation in jeder durch eine beliebige Maßsetzung festgelegten Geometrie (im Carnapschen

1) Eine Möglichkeit zu einer mißverständlichen Auffassung ist allerdings in gewissem Sinne in meinen „Grundlagen der angewandten Geometrie" (Leipzig 1911) insofern enthalten, als ich damals die Darlegungen über den „natürlichen starren Körper" vor der Stelle brachte (S. 23 bis 27), wo ich die Definition desselben darlegen konnte (Kap. III, § 4 u. 5). So mag trotz der dort gegebenen Verweisung auf spätere Stellen mancher Leser den Eindruck gewinnen (verstärkt durch einige damals noch nicht ganz durchgeschliffene Ausdrucksweisen an dieser Stelle), daß ich eine rein empirische Definition des starren Körpers für möglich hielte. Leider ist auch die Fassung, die ich in „Grundlagen der Physik" (Leipzig u. Berlin 1919) S. 41—42 gebe, noch nicht ganz ohne einige Unsicherheiten. Ich würde diese Ausführungen heute anders halten. Das eigentliche und endgültige Resultat über den starren Körper findet sich in meinem Aufsatze „Der starre Körper" (Physik. Zeitschr. 1920), besonders dann im 1. Teil (Kap. 2) von „Physik und Hypothese", und nunmehr in vorliegender Schrift. Ich ergreife gern diese Gelegenheit, um hierauf hinzuweisen.

Sinne) möglich sei, zur euklidischen Geometrie überzugehen, wobei natürlich die Maßbestimmung selbst die entsprechende Transformation erfährt[1]). In diesem Sinne also wird die vorstehende Äußerung Carnaps zu verstehen sein. Dies ist aber etwas von dem Verfahren der Exhaustion völlig Verschiedenes. Auch diese Vorstellung Carnaps arbeitet mit einem den ganzen Raum umfassenden Schema. Die Exhaustion dagegen lehrt das Verfahren von den uns nächstliegenden Dingen meiner Umgebung aus, ohne das geringste über sie vorauszusetzen zur Einführung einer absolut gültigen Geometrie in die Realität zu gelangen. Diese liefert dann auch, wie wir sahen, erst die feineren topologischen Tatsachen. Die Exhaustion geht von der Tatsache aus, daß wir zunächst nur das allergröbste Sinnliche kennen, von dem Weiteren aber überhaupt nichts wissen, weder Topologisches noch sonst etwas und sie lehrt ein Verfahren, um in dieses mit Hilfe einer mit stets steigender Genauigkeit geltenden Geometrie immer weiter hineinzudringen.

In Kürze müssen wir noch auf Carnaps Stellung zum Ökonomieproblem eingehen. Wie dies zur Zeit auch von manchen anderen Autoren, die sich dazu äußern, geschieht, betont er, daß „die Forderung nach Einfachheit" sich auf die Gesamtdarstellung des Tatbestandes bezieht" (S. 55). Er begründet diese Auffassung noch

---

1) Siehe auch die oben genannten Untersuchungen von J. Wellstein hierüber.

durch Anführung des allgemeinen Satzes: „Einfachheit des Baues geht vor Einfachheit des Bauens und seiner Hilfsmittel". Durch diesen Satz läßt sich an sich natürlich nichts wirklich beweisen, da er nur eine Wiederholung der Ansicht des Autors in bildhafter Form darstellt, denn es gibt sehr wohl Baugelegenheiten, wo die Einfachheit des Bauens und seiner Hilfsmittel vor der Einfachheit des Bauens geht, z. B. gleich dann, wenn das letztere Verfahren billiger ist. In der Tat liegen auch die Gründe für diese Anschauung bei Carnap tiefer, wenn er sie auch nicht formuliert. Die Überlegungen unseres 1. Teiles zeigen nämlich, daß das Problem der außenbestimmten oder innenbestimmten Einfachstheit sekundär ist gegenüber der Einstellung zum Anwendungsproblem (oder in gewissem Sinne „Realitätsproblem") überhaupt, also zur Frage, ob überhaupt auf empirischem Wege etwas über Geometrie und den Gesamtaufbau der Physik ausgemacht werden kann oder nicht. In der Tat, wenn es überhaupt unmöglich ist, etwas experimentell darüber auszumachen, so daß es in dieser Hinsicht gar keine „Tatsachen" gibt, alles also der freien Setzung in dieser Hinsicht unterliegt[1]), dann ist es natürlich auch

1) Wie und in welchem Sinne solches möglich sein kann für die Gesamtphysik, dies ist hier nicht der Ort darzulegen. Ich muß dafür auf meine sonstigen Schriften, etwa „Die Grundlagen der Physik" oder „Physik und Hypothese" verweisen. Dieses Resultat für die Gesamtphysik, d. h. für die erste Grundlegung jeder messenden exakten synthetischen Naturerforschung überhaupt sagt jedoch, wie schon oben betont, nicht aus, daß das gleiche

sinnlos von einer außenbestimmten Einfachstheit zu sprechen. Glaubt jemand eine experimentelle Bestimmtheit der Geometrie in irgendeinem Sinne nachweisen zu können, dann ist es naheliegend, daß er von hierfür experimentell gegebenen Tatsachen sprechen wird, und dann ist es verständlich, daß er den Wunsch haben wird, diese auf einfachste Art darzustellen. Dies aber ist dann außenbestimmte Einfachstheit. So zeigt sich, daß es an sich zwecklos ist, über die Frage der außen- oder innenbestimmten Einfachstheit sich auseinanderzusetzen, ehe man sich nicht über das oben genannte Anwendungs- oder Realitätsproblem geeinigt hat. Die bloße Überzeugung kann hier natürlich keinerlei beweisende Kraft haben, dazu sind schon stärkere Gründe nötig. Auch scheinbare Analogien zu gewissen praktiscnen Verfahren können letzten Endes nichts beweisen, ehe nicht die tiefer liegenden Probleme gelöst sind.

Wenn ich auch gezwungen war, im Vorstehenden meine mehrfach von den Carnapschen abweichenden Anschauungen auszusprechen und zu begründen, so möchte ich doch die vielen sehr erfreulichen Berührungspunkte stärkstens betonen. Es ist sicher ein sehr wichtiges Verdienst des Autors, den Gesichtspunkt der physischen Geometrie in seiner Schrift ausführlich behandelt zu haben[1]).

---

nun für irgend eine einzelne Theorie innerhalb des physikalischen Aufbaues gelte. Dies ist nicht der Fall.

1) Einige Schriften englischer Forscher wie B. Russell, Whitehead u. a., die in den letzten Jahren erschienen

sind, konnte ich mir bisher leider nicht verschaffen. Einen verdienstvollen Ansatz, sich mit den vorstehend behandelten Problemen auseinanderzusetzen und so für die Relativitätstheorie einen festeren Boden zu finden, enthält die neuerschienene Schrift von Gustav Mie „Die Einsteinsche Gravitationstheorie", Leipzig, S. Hirzel 1921, welche mir erst jetzt zugänglich wird, so daß ich auf nähere Details nicht mehr eingehen kann. Der Verfasser bemüht sich stets, den Kontakt seiner gedanklichen Konstruktionen mit der Realität nicht abreißen zu lassen. Aber er wird durch das, was ich oben den Wellsteinschen Einwand genannt habe (S. 5), trotz mancher kritischer Ansätze an einem schwer haltbaren Empirismus festgehalten. Verf. gelangt dann zu einer eigenartigen Mischung einer Atom- und Kontinuitätstheorie, die trotz geistreichster Durchführung den Eindruck des allzusehr von einem momentanen zufälligen Forschungszustande Abhängigen nicht verwinden läßt, zumal die methodologischen Grundlagen der Ausführungen manchen schwierigen Punkt aufweisen. Trotzdem dürfte die Schrift das Verdienst haben, in einer über das bisherige Maß in solchen Schriften hinausgehenden Weise versucht zu haben, dem Bedürfnisse nach einer gesicherten Grundlage der gedanklichen Konstruktionen der theoretischen Physik Rechnung zu tragen. Diese Bemerkungen beziehen sich natürlich nur auf die grundlegenden Überlegungen des Verfassers. Der daran sich anschließende Aufbau ist dann mit gewohnter Vortrefflichkeit durchgeführt.

S. HIRZEL IN LEIPZIG

## Hugo Dingler

Prof. an der Univ. München

**Kritische Bemerkungen zu den Grundlagen der Relativitätstheorie.**

Vortrag gehalten auf der 86. Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte. ⟨29 S.⟩ 8°. 1921. Geh. M. 6.—

Der Nauheimer Vortrag versucht eine systematische Kritik der Relativitätstheorie auf Grund der klassischen Mechanik Newtons zu geben und kommt durch sehr abstrakte, mathematisch-philosophische Überlegungen zu dem Ergebnis, daß beide Theorien nichts gegeneinander ausrichten können und keine als empirisch bewiesen oder widerlegt werden kann, ehe wir nicht Klarheit über die Geltung und Auswahl der dabei benutzten Prinzipien erhalten haben.
(Naturwissenschaftliche Wochenschrift.)

## Gustav Mie

Prof. an der Univ. Halle

**Die Einsteinsche Gravitationstheorie.**

Versuch einer allgemeinverständlichen Darstellung der Theorie. Mit 5 Figuren im Text. ⟨67 S.⟩ gr. 8°. 1921. Geh. M. 10.50

Der Verfasser, dessen Arbeiten auf dem Gebiete der Relativitätstheorie bekannt sind, hat in der vorliegenden sehr lesenswerten Schrift, welche mathematische Kenntnisse nicht voraussetzt, seine von der üblichen etwas abweichende Auffassung über die Einsteinsche Gravitationstheorie zum Ausdruck gebracht. Der Kernpunkt dieser Entwicklung ist die Ätherfrage. (Kölnische Zeitung.)

*Preisänderungen vorbehalten*

S. HIRZEL IN LEIPZIG

**August Kopff**

Prof. a. d. Univ. Heidelberg

**Grundzüge der Einsteinschen Relativitätstheorie.** ⟨198 Seiten mit Reg.⟩ gr. 8°. 1921. Geh. M. 54.—, geb. M. 70.—

Das Werk ist nicht nur eine umfassende Einführung, sondern auch ein ausführliches Nachschlagewerk für denjenigen, der sich in die Gedankengänge, Operationsmethoden und mathematischen Hilfsmittel der speziellen sowie der allgemeinen Relativitätstheorie hineinarbeiten will. Besonderen Wert erhält das Werk dadurch, daß es die Vektor- und Tensoranalysis rekapituliert, und zwar in einer kompendiösen und klaren Form ohne die verwickelten Ableitungen, die z. B. das Weylsche Werk für Anfänger so außerordentlich schwer verständlich machen. Die Folgen der relativistischen Anschauungen werden sehr ausführlich erörtert, insbesondere das Zeitparadoxon. ⟨„Sirius". Rundschau der gesamten Sternforschung.⟩

Englische Ausgabe bei Methuen and Co. Ltd. London
Italienische Ausgabe befindet sich in Vorbereitung

*Preisänderungen vorbehalten*

# S. HIRZEL IN LEIPZIG

## Max Planck

Prof. an der Univ. Berlin

**Physikalische Rundblicke.** Gesammelte Reden und Aufsätze. ⟨168 S.⟩ gr. 8°. 1921. Geh. M. 30.—, geb. M. 50.—, Halbleder geb. M. 90.—

Inhalt: Die Einheit des physikal. Weltbildes. Die Stellung der neueren Physik zur mechanischen Naturanschauung. Neue Bahnen der physikalischen Erkenntnis. Dynamische u. statistische Gesetzmäßigkeit. Das Prinzip der kleinsten Wirkung. Verhältnis der Theorien zueinander. Das Wesen des Lichts. Die Entstehung u. bisherige Entwicklung der Quantentheorie.

**Einführung in die Elektrizität und den Magnetismus.** Zum Gebrauch bei Vorträgen, sowie zum Selbstunterricht. Mit 12 Figuren im Text und ein Verzeichnis der Definitionen und der wichtigsten Sätze. ⟨V und 208 Seiten⟩. gr. 8°. 1922. Geh. M. 42.—, geb. M. 66.—

Aus dem Inhalt: Erster Teil. Allgemeine Gleichungen des elektromagnetischen Feldes in ruhenden Körpern. — Zweiter Teil. Statische und stationäre Zustände. — Dritter Teil. Quasistationäre und dynamische Vorgänge. — Vergleichungstabelle der auf verschiedene Maßsysteme bezogenen Zahlenwerte für einige Größen. — Verzeichnis der Definitionen und der wichtigsten Sätze.

*Preisänderungen vorbehalten*


Druck von August Pries in Leipzig.

14 DAY USE
RETURN TO DESK FROM WHICH BORROWED
**LOAN DEPT.**
RENEWALS ONLY—TEL. NO. 642-3405
This book is due on the last date stamped below, or on the date to which renewed.
Renewed books are subject to immediate recall.

SANTA BARBARA

INTER LIBRARY LOAN
ONE MONTH AFTER RECEIPT
REC. CIR. MAR 3 0 1979

DEC 2 6 1968

1-24
INTERLIBRARY LOAN

OCT 2 6 1977

UNIV. OF CALIF., BERK.

REC. CIR. FEB 1 4 '78

INTERLIBRARY LOAN

FEB 6 1979

UNIV. OF CALIF., BERK.

LD 21A–38*m*-5,'68
(J401s10)476B

General Library
University of California
Berkeley

YB 09848

672597

QC6
D54

UNIVERSITY OF CALIFORNIA LIBRARY